

Autoreferat

dr inż. Andrzej Bobojć

Olsztyn, 2016

Spis treści:

1. Imię i nazwisko	3
2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe	3
3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych	3
4. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust.2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. „O stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki” (Dz. U. Nr 65, poz. 595 ze zm.)	3
4.1. Tytuł osiągnięcia naukowego	3
4.2. Autor, tytuł publikacji, rok wydania, nazwa wydawnictwa.....	4
4.3. Omówienie celu naukowego pracy i osiągniętych wyników wraz ze wskazaniem ich ewentualnego wykorzystania.....	4
Wstęp.....	4
1. Wprowadzenie do procesu wyznaczania orbity satelity GOCE.....	6
1.1. Przygotowanie danych z misji GOCE.....	6
1.2. Ocena dokładności prawdziwych pomiarów tensora grawitacyjnego.....	9
1.3. Wyprowadzenie modelu przyśpieszeń empirycznych.....	10
2. Wyznaczanie orbity satelity GOCE – koncepcja.....	11
3. Uzyskane wyniki.....	14
4. Wykorzystanie otrzymanych wyników.....	19
5. Główne osiągnięcia pracy i perspektywy badawcze.....	19
Literatura.....	22
5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych	23
Literatura.....	28

1. Imię i Nazwisko: Andrzej Bobojć

2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe:

Tytuł doktora Nauk Technicznych w zakresie Geodezji i Kartografii nadany przez Radę Wydziału Geodezji i Gospodarki Przestrzennej, Uniwersytetu Warmińsko - Mazurskiego w Olsztynie dn. 05.09.2000 r.

Rozprawa doktorska na temat: *Zastosowanie gradiometrii satelitarnej w badaniach orbitalnych ruchu sztucznych satelitów Ziemi*

Promotor: prof. dr hab. Andrzej Drożyner (UWM)

Recenzenci:

prof. zw. dr hab. inż. Lubomir Włodzimierz Baran (UWM)

prof. dr hab. inż. Edwin Wnuk (UAM)

3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych

1991-2000 Akademia Rolniczo-Techniczna (od 1999 Uniwersytet Warmińsko-Mazurski) w Olsztynie na stanowisku asystenta

2000-2013 Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie na stanowisku adiunkta

od 2013 Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie na stanowisku asystenta

4. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust.2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. O stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. Nr 65, poz. 595 ze zm.)

4.1. Tytuł osiągnięcia naukowego:

Monografia nt. „Misja GOCE – gradiometria satelitarna w aspekcie orbitalnym”

4.2. Autor, tytuł publikacji, rok wydania, nazwa wydawnictwa

Bobojć A., *Misja GOCE – gradiometria satelitarna w aspekcie orbitalnym*,
Wydawnictwo UWM, ISBN 978-83-7299-951-1, Olsztyn, 2015.

4.3. Omówienie celu naukowego pracy i osiągniętych wyników wraz ze wskazaniem ich ewentualnego wykorzystania

Wstęp

Dnia 17 marca 2009 roku rozpoczęła się misja GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer). Po raz pierwszy na prawie kołowej orbicie o nachyleniu $96,5^\circ$ i średniej wysokości około 280 km umieszczono satelitę z gradiometrem na pokładzie. W ciągu pierwszych 9 miesięcy wysokość ta zmniejszyła się do około 254,9 km (Rummel i in., 2009). Orbita o tej wysokości została nazwana operacyjną, ze względu na rutynowo prowadzone pomiary. Satelitę zaopatrzone w dwa kluczowe instrumenty: trójosiowy gradiometr i odbiornik GPS. Pierwszy z nich stanowił źródło pomiarów gradientów grawitacyjnych – drugich pochodnych przestrzennych geopotencjału, drugi dokonywał obserwacji kodowych i fazowych do satelitów GPS. Istotnym podzespołem satelity był system kompensacji oporu atmosfery oraz kontroli orientacji przestrzennej, który stabilizował średnią wysokość orbity operacyjnej (ESA, 1999). Wykonywane pomiary były przesyłane telemetrycznie do segmentu naziemnego misji praktycznie aż do początku listopada 2013 roku, tj. aż do wejścia satelity w gęste warstwy atmosfery Ziemi. Gromadzone stopniowo dane pomiarowe posłużyły do estymacji kolejnych generacji modeli pola grawitacyjnego Ziemi. Ostatnia piąta generacja tych modeli wykorzystuje zbiór obserwacji z całej misji (Mayer-Gürr i in., 2015). Ze względu na otrzymane dokładności w dziedzinie spektralnej obserwacje GPS posłużyły do wyznaczenia długofalowej części pola grawitacyjnego, natomiast pomiary gradientów grawitacyjnych lepiej odwzorowywały część średnio- i krótkofalową (Ditmar i Klees, 2002).

Uzyskane modele pola grawitacyjnego obejmują zestawy znormalizowanych współczynników $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ rozwinięcia geopotencjału w szereg harmonik sferycznych. Rozwinięcie to przybiera postać (Heiskanen i Moritz, 1967):

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{N_{max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta), \quad (1)$$

gdzie:

$V(r, \theta, \lambda)$ – geopotencjał w punkcie o danych współrzędnych,

r, θ, λ – odpowiednio: odległość punktu od środka Ziemi, dopełnienie szerokości geocentrycznej do 90° , długość geocentryczna,

GM – iloczyn stałej grawitacji i masy Ziemi,

a – promień równikowy elipsoidy ziemskiej,

$\bar{P}_{nm}(\cos\theta)$ – znormalizowana stowarzyszona funkcja Legendre'a stopnia n i rzędu m .

Obserwowany gradient grawitacyjny V_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) wyrazi się przez

$$V_{ij} = \frac{\partial^2 V}{\partial x_j \partial x_i}, \quad (2)$$

przy czym x_i, x_j to współrzędne kartezjańskie w przyjętym układzie odniesienia. W szczególności: $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$.

Biorąc pod uwagę wzory (1) i (2) można stwierdzić, że mierzone gradienty grawitacyjne zawierają zasadniczo dwa rodzaje informacji. Rodzaj pierwszy o charakterze fizycznym dotyczy współczynników pola grawitacyjnego (współczynniki $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$). Drugi rodzaj to informacja o położeniu punktu pomiaru. Ze względu na pierwszy rodzaj informacji gradienty grawitacyjne są wykorzystywane w procesie estymacji współczynników pola grawitacyjnego, natomiast kwestia pozyskania drugiego rodzaju informacji do celów orbitalnych była badana przeze mnie w pierwszym etapie w środowisku symulacji w okresie poprzedzającym misję GOCE. Zostało to szerzej omówione w następnym rozdziale.

Nadejście misji GOCE i związany z tym dostęp do danych pomiarowych, umożliwił zakończenie wspomnianego pierwszego etapu badań i zapoczątkowanie kolejnego etapu, w którym badania nad wykorzystaniem gradientów grawitacyjnych w aspekcie orbitalnym, przeniesione zostały na poziom testów numerycznych z zastosowaniem prawdziwych pomiarów i bardziej realistycznych symulacji. Dodatkowo pojawiła się możliwość dołączenia do opracowania obserwacji GPS wyprowadzonych z misji GOCE.

W związku z powyższym, zasadniczy cel naukowy tej pracy może być sformułowany jako zbadanie możliwości, efektywności i warunków wyznaczenia orbity satelity GOCE z łącznym i oddzielnym wykorzystaniem obserwacji składowych tensora grawitacyjnego (gradientów grawitacyjnych) oraz pomiarów GPS.

Omawiana monografia „Misja GOCE – gradiometria satelitarna w aspekcie orbitalnym powstała w ramach realizacji grantu *N N526 529-0310-0904* finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki.

Poniżej podany zostanie zarys stosowanej metodologii oraz charakterystyka osiągnięć pracy.

1. Wprowadzenie do procesu wyznaczania orbity satelity GOCE

Wielowariantowe badania orbitalne, stanowiące główną część omawianej monografii wymagały utworzenia niezbędnej bazy, na którą składają się dane numeryczne, ocena dokładności pomiarów tensora grawitacyjnego, model przyśpieszeń empirycznych oraz oprogramowanie narzędziowe. Poniżej podano syntetyczny opis etapów budowania wspomnianej bazy.

1.1. Przygotowanie danych z misji GOCE

Ważnym i czasochłonnym krokiem na drodze do zbudowania wymaganego środowiska badań było pozyskanie za pośrednictwem Europejskiej Agencji Kosmicznej zestawu danych z misji GOCE. Stanowiły one szeregi czasowe: pomiarów gradientów grawitacyjnych w zmiennym i w statycznym polu grawitacyjnym, elementów orientacji wzajemnej układu ITRF2005 i układu inercjalnego epoki standardowej J2000.0 (IRF od inertial reference frame) oraz układu gradiometru (GRF od gradiometer reference frame) i układu IRF, współrzędnych i prędkości satelitów GPS, współrzędnych i prędkości satelity GOCE (orbita precyzyjna o zredukowanej dynamice), współrzędnych satelity GOCE (precyzyjna orbita kinematyczna). Dane te obejmowały okres od 1 listopada 2009 roku do 12 lutego 2010 roku. Pierwotnie pozyskane w formacie XML zostały przekonwertowane do formatu ASCII (zbiór plików tekstowych) przy pomocy specjalnie napisanych do tego celu procedur. W kolejnym kroku tak przeformatowane dane zostały poddane transformacji do układu inercjalnego IRF w którym realizowany był następnie zasadniczy proces wyznaczania orbity satelity GOCE. Do tej transformacji wykorzystano wspomniane już elementy orientacji wzajemnej układów odniesienia, które stanowiły szeregi czasowe kwaternionów q , wyrażonych przez symetryczne parametry Eulera q_1, q_2, q_3, q_4 jako:

$$q = q_4 + iq_1 + jq_2 + kq_3. \quad (3)$$

Przykładowo chwilowa macierz obrotu \mathbf{R} od układu ITRF2005 do układu IRF jest określona wzorem

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Stosując macierze obrotu od układów ITRF2005 i GRF do układu IRF przetransformowano pomiary gradientów grawitacyjnych, współrzędne i prędkości satelitów GPS oraz precyzyjną orbitę satelity GOCE.

Szczególne znaczenie miała transformacja precyzyjnej orbity GOCE o zredukowanej dynamice z układu ITRF2005 do układu IRF. Początkowe wektory stanu satelity później wykorzystywane w procesie estymacji orbity, były przyjęte w układzie IRF jako współrzędne i prędkości z precyzyjnej orbity o zredukowanej dynamice. Aby rozpocząć proces wyznaczania orbity, wcześniej orbitę „a priori” (przybliżoną), obliczoną z użyciem początkowego wektora stanu przyjętego z orbity precyzyjnej o zredukowanej dynamice, porównywano z przetransformowaną do układu IRF właśnie tą orbitą precyzyjną. Początkowo uzyskiwano wartości dopasowania RMS (średnia odległość punktów obu orbit) na poziomie 50 km (!), stosując przy transformacji wektora prędkości GOCE dominującą składową ω_z wektora prędkości kątowej rotacji Ziemi. Było to zgodne z zaleceniem jednego z raportów technicznych ESA, dotyczącego bezpośrednio misji GOCE. Dopiero jednak wprowadzenie do transformacji pełnego wektora prędkości kątowej rotacji Ziemi, tj. uwzględnienie oprócz składowej ω_z także składowych ω_x i ω_y , pozwoliło na otrzymanie RMS na poziomie kilkudziesięciu metrów. Tak duża różnica RMS w obu wariantach obliczeń może być spowodowana większym wpływem wektora prędkości kątowej rotacji Ziemi na przetransformowany do układu inercjalnego wektor prędkości satelity, przy względnie dużych wartościach tego wektora. W przypadku niskiego satelity jakim był satelita GOCE prędkość wynosiła około 7,7 km/s.

Orbita precyzyjna satelity GOCE w dwóch wersjach – kinematycznej i o zredukowanej dynamice (Bock i in., 2011) w postaci 1-dobowych łuków orbitalnych, została w układzie IRF przyjęta jako orbita referencyjna do oceny jakości uzyskiwanych rozwiązań. Dokładność orbity precyzyjnej na podstawie pomiarów laserowych szacuje się na około 2 cm (Bock i in., 2011). Estymacja tej orbity wykorzystująca metodę najmniejszych kwadratów, pierwotnie

w układzie ITRF2005, jest oparta o pomiary kodowo-fazowe do satelitów GPS uzyskane na pokładzie satelity GOCE. Orbita precyzyjna w wersji kinematycznej (lub krótko orbita kinematyczna) jest wyznaczana wyłącznie w oparciu o dane geometryczne (obserwacje GPS), żadne dane dynamiczne opisujące stan dynamiczny satelity nie są uwzględniane. W efekcie wyznacza się tutaj przede wszystkim współrzędne satelity w kolejnych epokach pomiarowych (Bock i in., 2007). Inaczej jest w przypadku orbity o zredukowanej dynamice, przy estymacji której wykorzystuje się nie tylko pomiary GPS ale także informację „a priori” o charakterze dynamicznym obejmującą model geopotencjału i pozostałe modele opisujące grawitacyjne i niegravitacyjne perturbacje. W procesie estymacji tej orbity oprócz sześciu poprawek do składowych początkowego wektora stanu satelity wyznaczone są także dodatkowo przyspieszenia empiryczne o charakterze pseudo-stochastycznym. Przyspieszenia te w przypadku satelity GOCE estymowane są wzdłuż wyznaczanego łuku orbitalnego co 6 minut (Bock i in., 2011). Ich rola polega na częściowej kompensacji błędów użytych modeli dynamicznych. Stąd pochodzi określenie orbita o zredukowanej dynamice, gdyż jest ona zdeterminowana nie tylko przez aspekt dynamiczny, ale także przez dodatkowo wyznaczone przyspieszenia empiryczne. Jak pokazały dalsze badania w tej pracy, taka wzbogacona parametryzacja orbity odgrywa szczególnie ważną rolę dla dłuższych łuków, dla których mogą także kumulować się błędy systematyczne.

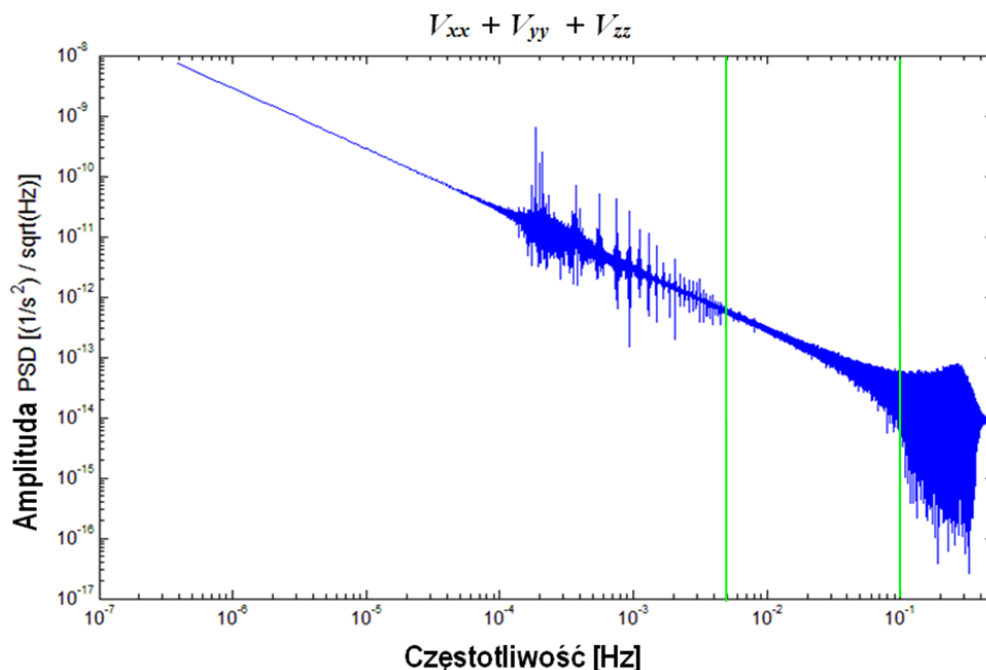
Ponieważ proces wyznaczania orbity GOCE ma w tej pracy w przeważającej części charakter ściśle dynamiczny, gdyż wyznaczone są poprawki do składowych początkowego wektora stanu satelity, istotnym elementem był wybór optymalnego modelu geopotencjału do obliczeń. Jako kryterium zastosowano osiągnięcie jak najmniejszych wartości RMS przy porównaniu orbity „a priori”, uzyskanej przy użyciu szeregu modeli testowych a odpowiadającą orbitą referencyjną. Biorąc pod uwagę to kryterium do dalszych obliczeń wybrany został model pola grawitacyjnego ITG-GRACE2010S (Mayer-Gürr i in., 2010).

Jako kolejny aspekt przygotowania danych do badań orbitalnych należy jeszcze wymienić wygenerowanie w układzie IRF szeregów czasowych symulowanych obserwacji gradientów grawitacyjnych z możliwością ich modyfikacji przy użyciu błędów przypadkowych o rozkładzie normalnym. Zestawy gradientów grawitacyjnych były obliczane wzdłuż odpowiednich łuków orbity precyzyjnej satelity GOCE zarówno kinematycznej jak i o zredukowanej dynamice, co decyduje o ich wysokim realizmie. W podobny sposób przygotowano zbiory syntetycznych obserwacji pseudoodległości od satelitów GPS do satelity GOCE. Obliczenia wykorzystywały współrzędne satelity GOCE na orbicie precyzyjnej i współrzędne satelitów GPS. Dodatkowo uwzględniono czas przebiegu sygnału od satelitów GPS do satelity GOCE. Tak uzyskane obserwacje GPS stanowiły uzupełnienie pomiarów

gradiometrycznych i umożliwiły wzbogacenie procesu wyznaczenia orbity o kolejne warianty rozwiązań.

1.2. Ocena dokładności prawdziwych pomiarów tensora grawitacyjnego

Szeregi czasowe obserwacji gradientów grawitacyjnych z misji GOCE, zawierające 2 584 174 epoki pomiarowe, zbadano w dziedzinie czasu i częstotliwości pod kątem ich przydatności do procesu wyznaczania orbity. Analiza różnic pomiędzy sąsiednimi pomiarami składowych tensora grawitacyjnego w przebiegach czasowych oraz sum składowych diagonalnych wykazała ich stosunkowo niewielką dokładność. Wskazuje na nią zwłaszcza suma składowych diagonalnych pozostająca na poziomie 10^{-6} s^{-2} w porównaniu z wartością sumy tych składowych w przypadku symulacji, która wynosi ok. 10^{-38} s^{-2} (wartość teoretyczna powinna być równa zero). Widoczny jest podział na składowe bardziej dokładne $V_{xx}, V_{yy}, V_{zz}, V_{xz}$ i mniej dokładne V_{xy}, V_{yz} . Po przejściu do dziedziny spektralnej można zauważyć w widmie szeregu czasowego sumy składowych diagonalnych wyraźne pasmo częstotliwości, gdzie błędy pomiaru osiągają optymalny poziom (rys.1). Pasmo to obejmuje przedział częstotliwości od $5 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$ do 0.1 Hz . W środkowej części tego pasma, określanego także jako pomiarowe, błąd pomiaru rozpatrywanych diagonalnych gradientów grawitacyjnych kształtuje się na poziomie $2 \cdot 10^{-13} \text{ s}^{-2}/\text{Hz}^{1/2}$, co jest wartością znacznie lepszą od wartości rzędu 10^{-6} s^{-2} dla dziedziny czasu.



Rys.1. Widmo amplitudowe składowych diagonalnych obserwowanego tensora grawitacyjnego z misji GOCE

Wyznaczanie orbity satelity GOCE wymaga w tej pracy wykorzystania pomiarów gradientów grawitacyjnych w dziedzinie czasu (bez możliwości filtracji). Stąd można wskazać na podstawie powyższych wyników na niewystarczającą dokładność prawdziwych obserwacji gradientów grawitacyjnych z misji GOCE w aspekcie orbitalnym.

1.3. Wyprowadzenie modelu przyśpieszeń empirycznych

W celu dalszego zbliżenia orbity a priori do orbity referencyjnej, model ruchu satelity rozszerzono o nieliniowy model pozwalający na obliczenie dla każdej epoki wyznaczanego łuku dodatkowego wektora przyśpieszenia empirycznego, który jest sumą ośmiu oddzielnie wyznaczanych wektorów przyśpieszeń empirycznych. Zatem wektor przyśpieszenia satelity w danej epoce wyrazi się przez:

$$\mathbf{a}_{SAT} = \mathbf{a}_{G-NG} + \mathbf{a}_{EMP} = \mathbf{a}_{G-NG} + \sum_{i=1}^8 \mathbf{a}_i. \quad (5)$$

We wzorze tym:

\mathbf{a}_{SAT} – wektor przyśpieszenia satelity w danej epoce,

\mathbf{a}_{G-NG} – wektor przyśpieszenia satelity generowany przez siły o charakterze grawitacyjnym i reszkowe siły niegravitacyjne,

\mathbf{a}_{EMP} – wypadkowy wektor przyśpieszenia empirycznego,

\mathbf{a}_i – dany wektor przyśpieszenia empirycznego ($i = 1, 2, 3, \dots, 8$) wyznaczany w modelu przyśpieszeń empirycznych.

Modelowane wektory \mathbf{a}_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 8$) zawierają składowe okresowe, wyrażone przez funkcje sinus i cosinus o różnych okresach, amplitudach i fazach. Ponadto występują także wielomiany 9-stopnia jako funkcje czasu oraz funkcje typu „ x^x ” w których funkcje czasu znajdują się zarówno w podstawach jak i w wykładnikach potęg.

Wyznaczenie modelu przyśpieszeń empirycznych, obejmującego wektory \mathbf{a}_i , dla danego wariantu obliczeń orbitalnych polega na estymacji do 180 parametrów tego modelu przy użyciu specjalnej procedury o charakterze iteracyjnym.

Dołączenie modelu przyśpieszeń empirycznych do obliczenia orbity metodą całkowania numerycznego Cowella 8-go rzędu, pozwoliło na poprawienie dopasowania orbity „a priori” do orbity referencyjnej przez spadek

wartości RMS z poziomu metrów do poziomu decymetrów. Umożliwiło to z kolei zbadanie efektywności poprawienia orbity GOCE (względem orbity „a priori”) startując właśnie z poziomu decymetrów.

Przedstawione w powyższych rozdziałach elementy przygotowania do procesu wyznaczania orbity satelity GOCE, wymagały napisania i wdrożenia odpowiednich algorytmów i procedur obliczeniowych, które stały się częścią rozwijanego w trakcie realizacji niniejszej pracy pakietu oprogramowania przeznaczonego do badań orbitalnych, określanego dalej jako system obliczeń orbitalnych (SOO). Wspomniane w rozdziale 1.1 szeregi czasowe kwaternionów, służące do wyznaczenia macierzy transformacji zgodnie ze wzorem (4), zostały uwzględnione także w głównym segmencie wspomnianego oprogramowania SOO, realizującego także obliczanie orbity „a priori” i jej poprawianie. Przyjęcie takiego rozwiązania, a nie np. oddzielne modelowanie macierzy transformacji, pozwoliło na lepsze dopasowanie uzyskanych wariantów orbity satelity GOCE do orbity referencyjnej.

2. Wyznaczanie orbity satelity GOCE – koncepcja

Jak już wcześniej wspomniano, realizacja badań orbitalnych z których najistotniejszym elementem jest estymacja orbity, opiera się na rozwiniętym przeze mnie pakiecie oprogramowania SOO. Powstał on na bazie systemu TOP (Toruń Orbit Processor) (Drożyner, 1995). Obliczenie orbity przebiega w procesie całkowania numerycznego równań ruchu satelity (także równań wariacyjnych) wymienioną już metodą Cowella 8-go rzędu, opierając się na sześciu składowych początkowego wektora stanu satelity. Wektor ten zawiera składowe początkowego wektora pozycji i początkowego wektora prędkości satelity. W trakcie wykonywania obliczeń powstaje na każdą epokę wyznaczanego łuku orbitalnego model matematyczny pola sił działających na satelitę. Model ten w przypadku satelity GOCE obejmuje przede wszystkim statyczne pole grawitacyjne Ziemi oraz inne siły o charakterze grawitacyjnym takie jak pływy skorupy ziemskiej i pływy oceanu, wpływ Słońca, Księżyca i planet oraz efekty relatywistyczne. Opcjonalnie dołączony może być także model przyśpieszeń empirycznych. Na podstawie wspomnianego modelu pola sił obliczany jest następnie wypadkowy wektor przyśpieszenia satelity w danej epoce, który może być dalej poddany całkowaniu numerycznemu. Obliczona orbita satelity jest szeregiem czasowym wektorów pozycji i prędkości lub elementów keplerowskich we wspomnianym wyżej układzie IRF – kartezyjskim inercjalnym układzie współrzędnych epoki standardowej J2000.0.

Zarysowany sposób obliczeń dotyczy orbity przybliżonej określanej jako orbita „a priori”. Aby poprawić orbitę „a priori” lub inaczej mówiąc wyznaczyć

orbitę satelity GOCE należy do opisanego procesu obliczeniowego dołączyć zbiory obserwacji, w tym przypadku będą to obserwacje gradiometryczne i pomiary GPS. Jak już nadmieniono we wcześniejszych rozdziałach na obserwacje gradiometryczne składają się prawdziwe pomiary gradientów grawitacyjnych z misji GOCE oraz symulowane gradienty grawitacyjne o wysokim stopniu realizmu. Pomiary GPS stanowią natomiast obliczone pseudoodległości pomiędzy satelitą GOCE a satelitami GPS, biorąc pod uwagę dane pozycje satelity GOCE na orbicie referencyjnej i dane współrzędne satelitów GPS.

Dołączenie do obliczeń zbioru obserwacyjnego oznacza przejście do procesu wyznaczania orbity opartego o metodę najmniejszych kwadratów. Równanie obserwacyjne danego gradientu grawitacyjnego może być przedstawione w formie:

$$V_{ijk}^o + v_{ijk} = V_{ijk}^c + \frac{\partial V_{ijk}^c}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial (\mathbf{r}_o, \dot{\mathbf{r}}_o)} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r}_o \\ \Delta \dot{\mathbf{r}}_o \end{bmatrix}, \quad (6)$$

gdzie:

V_{ijk}^o, V_{ijk}^c – odpowiednio obserwowany i obliczony gradient grawitacyjny, w epoce k , ($i, j = x, y, z$),

v_{ijk} – poprawka do wielkości obserwowanej V_{ijk}^o ,

$\frac{\partial V_{ijk}^c}{\partial \mathbf{r}}$ – pochodna cząstkowa obliczonego gradientu grawitacyjnego V_{ijk}^c względem wektora pozycji satelity $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$ w epoce k ,

$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial (\mathbf{r}_o, \dot{\mathbf{r}}_o)}$ – pochodna cząstkowa wektora pozycji względem początkowego wektora stanu $\mathbf{p}_o = [\mathbf{r}_o, \dot{\mathbf{r}}_o]^T$, $\mathbf{r}_o, \dot{\mathbf{r}}_o$ – odpowiednio początkowe wektory pozycji i prędkości,

$\Delta \mathbf{r}_o, \Delta \dot{\mathbf{r}}_o$ – wektory poprawek odpowiednio do początkowego wektora pozycji i początkowego wektora prędkości:

$$\Delta \mathbf{r}_o = [\Delta x_o, \Delta y_o, \Delta z_o]^T, \Delta \dot{\mathbf{r}}_o = [\Delta \dot{x}_o, \Delta \dot{y}_o, \Delta \dot{z}_o]^T.$$

Podobną postać będzie miało równanie obserwacyjne danej pseudoodległości:

$$D_{jk}^o + v_{jk} = D_{jk}^c + \frac{\partial D_{jk}^c}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial (\mathbf{r}_o, \dot{\mathbf{r}}_o)} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r}_o \\ \Delta \dot{\mathbf{r}}_o \end{bmatrix}, \quad (7)$$

w którym:

D_{jk}^o, D_{jk}^c – odpowiednio obserwowana i obliczona pseudoodległość w epoce k pomiędzy j -tym satelitą GPS a satelitą GOCE,

v_{jk} – poprawka do wielkości obserwowanej D_{jk}^o ,

$\frac{\partial D_{jk}^c}{\partial \mathbf{r}}$ – pochodna cząstkowa obliczonej pseudoodległości D_{jk}^c względem wektora pozycji satelity w epoce k ,

Po rozwiązaniu układu równań normalnych, wektor \mathbf{x} poprawek do początkowego wektora stanu może być wyrażony za pomocą dobrze znanego równania w następującej postaci:

$$\mathbf{x} = [\Delta \mathbf{r}_o, \Delta \dot{\mathbf{r}}_o]^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l}, \quad (8)$$

gdzie \mathbf{A} zawiera pochodne cząstkowe obserwacji względem początkowego wektora stanu, \mathbf{l} jest wektorem wyrazów wolnych – różnic pomiędzy wielkościami obserwowanymi a wielkościami przybliżonymi gradientów grawitacyjnych lub pseudoodległości. Wagi obserwacji są równe 1.

Omawiany proces wyznaczania orbity ma charakter iteracyjny. Początkowy wektor stanu \mathbf{p}_{oi-1} z danej iteracji $i-1$ (poprzedniej) jest w iteracji i (aktualnej) poprawiany przy pomocy wyznaczonego w tej iteracji wektora poprawek \mathbf{x}_i :

$$\mathbf{p}_{oi} = \mathbf{p}_{oi-1} + \mathbf{x}_i. \quad (9)$$

Dla każdej iteracji, oprócz błędów formalnych, wyznaczany jest także wspomniany już parametr RMS dopasowania wyznaczonej orbity do orbity referencyjnej według wzoru:

$$\text{RMS} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (\text{RMS}_i)^2}. \quad (10)$$

Występujące we wzorze (10) wielkości RMS_i ($i = 1, 2, 3$) stanowią miary dopasowania dla poszczególnych współrzędnych. Wielkości te są obliczane przy pomocy następującego wyrażenia:

$$\text{RMS}_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n [(x_i)_j - (x_i)_{j\text{REF}}]^2}{n}}, \quad (11)$$

w którym $(x_i)_j - (x_i)_{j\text{REF}}$ jest różnicą odpowiednich współrzędnych ($x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$) wyznaczanego łuku orbitalnego i łuku orbity referencyjnej dla danej epoki j , n jest całkowitą liczbą epok, taką samą dla obu łuków. Wyznaczanie orbity w procesie iteracyjnym trwa aż do spełnienia założonego kryterium zbieżności.

3. Uzyskane wyniki

Rozwinięty system oprogramowania umożliwił przeprowadzenie wielowariantowego wyznaczania orbity satelity GOCE. Zasadniczy przedmiot obliczeń stanowiły trzy wybrane 1-dobowe łuki orbitalne, dla których poprawiane były początkowe wektory stanu przy różnych zestawach danych.

Otrzymane warianty rozwiązań procesu poprawiania orbity uwzględniały:

- oddzielne i łączne zastosowanie obserwacji gradientów grawitacyjnych i pomiarów GPS,
- wykorzystanie prawdziwych obserwacji gradiometrycznych,
- włączenie nieliniowego modelu przyśpieszeń empirycznych,
- modyfikację pomiarów za pomocą błędów przypadkowych o rozkładzie normalnym,
- optymalizację modelu geopotencjału przez obcięcie przy stopniu i rzędzie z najlepszym dopasowaniem wyznaczonej orbity do orbity referencyjnej (najmniejsza wartość RMS),
- różne długości wyznaczanych łuków orbitalnych, różne zakresy spektralne zestawów obserwacji gradiometrycznych.

Analiza i opracowanie uzyskanego zbioru rozwiązań umożliwiły sformułowanie następujących wniosków szczegółowych, które można traktować jako syntetyczne wyniki omawianej pracy:

(a) Prawdziwe obserwacje gradientów grawitacyjnych – składowych tensora grawitacyjnego (w skrócie także pomiary GGT od *Gravity Gradient Tensor*) z misji GOCE nie nadają się do wykorzystania w procesie poprawiania orbity z powodu niewystarczającej dokładności w układzie inercyjnym IRF. Dokładność ta wynosi poniżej 10^3 E ($1E = 10^{-9} \text{ s}^{-2}$) dla składowych V_{xx}, V_{yy}, V_{zz} , V_{xz} oraz poniżej 10^4 E dla składowych V_{xy}, V_{yz} . Wartości RMS dopasowania 1-dobowego łuku wyznaczonej orbity do orbity odniesienia wahają się w zależności od użytych składowych tensora grawitacyjnego od około 129 km (składowa V_{yy}) do kilkunastu tysięcy i więcej km (wykorzystanie składowej V_{yz} lub pełnego tensora grawitacyjnego).

(b) Wykorzystanie realistycznych symulacji pomiarów GGT i GPS z misji GOCE, prowadzi do efektywnego wyznaczenia orbity satelity w sensie większej dokładności wyznaczonej orbity od dokładności początkowej orbity „a priori”. W przypadku obserwacji GGT, symulacje zdecydowanie dominują pod względem dokładności nad prawdziwymi pomiarami.

(c) Efektywność poprawienia orbity przy oddzielnym wykorzystaniu symulacji pomiarów GGT i GPS pozostaje na tym samym poziomie z dokładnością do centymetrów. Na przykład dla 1-dobowego łuku orbitalnego w interwale 2009-11-06 23h 59m 45.00s UTC – 2009-11-07 23h 59m 45.00s UTC wartość RMS po zastosowaniu pomiarów GGT i GPS wynosi 1.72 m. Optymalne rozwiązanie (minimalna wartość RMS) osiągnięte jest wcześniej dla obserwacji GPS (często po pierwszej iteracji), niż dla pomiarów GGT, gdzie potrzeba sześciu i więcej iteracji. Jest to spowodowane szybszą zmianą obserwacji GPS przy zmianie orbity, niż w przypadku pomiarów GGT. Innymi słowy orbita jest bardziej „czuła” na obserwacje GPS.

(d) Łączne wykorzystanie symulacji obserwacji GGT i GPS nie prowadzi do wzrostu dokładności poprawionej orbity – jest ona taka sama jak przy oddzielnym zastosowaniu wymienionych rodzajów pomiarów. Spowodowane jest to dużą dysproporcją pomiędzy wartościami numerycznymi wkładów do procesu poprawiania orbity, pochodzących od obu rodzajów obserwacji. Wkłady te, mierzone średnimi wartościami bezwzględnych elementów wektora wyrazów wolnych (wielkość obserwowana minus wielkość obliczona), różnią się o kilkanaście rzędów wielkości na korzyść obserwacji GPS.

(e) Względnie niewielka poprawa o około 2.4%, dopasowania orbity wyznaczonej do orbity referencyjnej, pojawia się po wykorzystaniu sekwencyjnym symulowanych obserwacji GPS i GGT, gdzie początkowy wektor stanu, poprawiony w pierwszym etapie przy użyciu obserwacji GPS,

staje się wektorem poprawianym w etapie drugim, tym razem przy pomocy pomiarów GGT.

(f) Dopasowanie poprawionej orbity, uzyskanej przy użyciu symulowanych pomiarów GGT i GPS, polepsza się systematycznie (malejąca wartość RMS) przy zmniejszającej się długości rozpatrywanego łuku orbity. Dla pierwszych trzech rozpatrywanych łuków orbitalnych wartości RMS wynoszą 3.77 mm (łuk 5.667 minuty), 5.97 mm (łuk 11.167 min.), 1.17 cm (łuk 22.500 minuty). Wielkość RMS dla tych łuków utrzymuje się poniżej progu dokładności orbity referencyjnej o zredukowanej dynamice, równej około 2 cm. Stąd poprawienie wspomnianych łuków jest równoznaczne z uzyskaniem orbity precyzyjnej. Ostatnim z rozważanych łuków, którego poprawienie skutkuje osiągnięciem poziomu dokładności orbity precyzyjnej, jest łuk o długości 22.500 minuty, równej w przybliżeniu jednej czwartej okresu obiegu satelity. Łuk o tej długości jest też ostatnim z rozpatrywanych łuków, przy którym wystarcza wyznaczanie sześciu parametrów – poprawek do początkowego wektora stanu satelity, bez konieczności estymacji dodatkowych pseudo-stochastycznych parametrów; np. stałych przyśpieszeń w określonych interwałach lub zmian wektora chwilowej prędkości (pulsów prędkości) w wybranych epokach. Dla pozostałych łuków orbitalnych, proces poprawienia przynosi wartości RMS od 6.84 cm (łuk 45.000 minut) do 1.72 m (jednodobowy łuk orbity). Tak poprawione orbity mogą być traktowane jako orbity przybliżone, wchodzące do następnego procesu poprawiania o rozszerzonej parametryzacji, tzn. obejmującego oprócz estymacji poprawek do początkowego wektora stanu, także wyznaczanie dodatkowych parametrów, takich jak np. wspomniane już przyśpieszenia w kolejnych stałych interwałach. Interwały te wynikają z podziału rozważanego łuku orbity.

(g) Włączenie nieliniowego modelu przyśpieszeń empirycznych przy poprawianiu orbity z wykorzystaniem symulowanych pomiarów GGT dla różnych długości łuku, powoduje polepszenie dopasowania wyznaczonej orbity do orbity odniesienia o czynnik od 1.1 (najkrótszy łuk o długości 5.667 minuty) do 2.2 (najdłuższy 1-dobowy łuk orbity). Czynnik ten jest ilorazem większej wartości RMS, uzyskanej przed włączeniem modelu przyśpieszeń empirycznych, przez mniejszą wartość RMS otrzymaną po włączeniu tego modelu.

(h) W strukturze matematycznej wyprowadzonego nieliniowego modelu przyśpieszeń empirycznych można wyodrębnić kilka charakterystycznych typów funkcji czasu, które efektywnie przybliżają orbitę obliczoną do orbity referencyjnej. Należą do nich: funkcje sinus i cosinus o różnych okresach, amplitudach i fazach, funkcje typu „ x^x ”. W funkcjach tych argument czasu pojawia się zarówno w podstawach jak i w wykładnikach potęg. Poprawa

działania modelu daje się zauważyć także przy wykorzystaniu wielomianów 9-tego stopnia.

(i) Aby przekroczyć próg efektywnego poprawienia orbity (RMS orbity poprawionej mniejsze od RMS orbity „a priori”), dokładność pomiarów GGT powinna być rzędu 10^{-5} E (10^{-2} mE) dla krótszego łuku orbitalnego o długości 11.167 minuty (z orbitą referencyjną o zredukowanej dynamice), a także rzędu 10 E (10^4 mE) dla dłuższego 1-dobowego łuku (z kinematyczną orbitą referencyjną). Większe wymaganie dokładnościowe dla krótszego łuku orbitalnego wynika z potrzeby wystarczającego uwarunkowania procesu wyrównania metodą najmniejszych kwadratów, przy znacznie mniejszej liczbie wykorzystywanych obserwacji (408), niż w przypadku dłuższego łuku, gdzie wymagania dokładnościowe są mniejsze z uwagi na znacznie większą liczbę stosowanych pomiarów (518 298). Wymienione wymagania dokładnościowe uzyskano przez nałożenie na symulowane pomiary GGT, błędów przypadkowych o rozkładzie normalnym z różnymi wartościami odchylenia standardowego, przy wykorzystaniu w procesie poprawiania danego łuku orbitalnego.

(j) Pomiary GGT, obejmujące składowe tensora grawitacyjnego, powinny być wykonane względem układu odniesienia, w którym zachodzi proces poprawiania orbity; tzn. w tym przypadku względem układu inercjalnego IRF. W przeciwnym razie propagacja błędów obserwacji z układu pomiarowego do układu docelowego podczas transformacji tensora grawitacyjnego, może spowodować nieefektywność poprawiania orbity. Wówczas dopasowanie orbity wyznaczonej do orbity referencyjnej jest gorsze od dopasowania orbity „a priori”.

(k) Zaznacza się wyłączny wpływ długofalowych cech w polu grawitacyjnym Ziemi na wyniki poprawienia orbity przy użyciu pomiarów GGT. Pokazują to przeprowadzone testy numeryczne dla 1-dobowego łuku orbitalnego, wykorzystujące zestawy symulowanych składowych pełnego tensora grawitacyjnego, obliczone przy różnych stopniach i rzędach obciążenia modelu geopotencjału. Począwszy od rozwiązania uzyskanego dla zestawu pomiarów GGT otrzymanego w oparciu o główny wyraz newtonowski i współczynnik \bar{C}_{20} modelu geopotencjału, wartości RMS dopasowania orbity poprawionej do orbity odniesienia dla kolejnych wariantów są takie same z dokładnością do milimetrów. Różnice pojawiające się na dalszych miejscach po przecinku mogą wynikać także z błędów obliczeniowych. Można zatem wskazać w obserwacjach GGT, użyteczną ich część z punktu widzenia efektywności poprawiania orbity, generowaną przez długofalowe cechy w polu grawitacyjnym. W badanym przypadku, użyteczna część pomiarów GGT powstaje już po uwzględnieniu tych cech w polu grawitacyjnym, które odpowiadają głównemu wyrazowi newtonowskiemu i współczynnikowi \bar{C}_{20} .

„Wrażliwość” procesu poprawiania orbity na część obserwacji GGT, określona przez długofalowe cechy w polu grawitacyjnym, wiąże się w oczywisty sposób z dominującym wpływem tych cech na samą orbitę satelity.

(l) Wartości RMS, szczególnie dla łuków 1-dobowych, będące miarą dopasowania poprawionej orbity do orbity referencyjnej, różnią się w zależności od doboru tej ostatniej. Orbitsy referencyjne traktowane jak orbity „prawdziwe”, pozyskano za pośrednictwem Europejskiej Agencji Kosmicznej jako orbity precyzyjne satelity GOCE o dokładności na poziomie 2 cm. Orbitsy te występują w dwóch wersjach; pierwsza to orbita o zredukowanej dynamice, druga to orbita kinematyczna. Na przykład wartości RMS, dla trzech wybranych łuków 1-dobowych, przy zastosowaniu pomiarów GGT oraz orbity o zredukowanej dynamice jako orbity referencyjnej, są równe 1,72m, 2,76 m i 2,96 m. Natomiast użycie orbity kinematycznej jako orbity referencyjnej, wiąże się z wartościami RMS równymi 6,70 m, 7,50 m i 248,07 m. Przedstawione wartości RMS odzwierciedlają różnice dokładności pomiędzy różnymi 1-dobowymi łukami orbity GOCE o zredukowanej dynamice. To samo można powiedzieć odnośnie różnic dokładności pomiędzy wybranymi 1-dobowymi łukami orbity kinematycznej satelity GOCE. Wreszcie z porównania podanych zestawów wartości RMS, wynika lepsze dopasowanie poprawionej orbity do orbity o zredukowanej dynamice, niż do orbity kinematycznej. Sugeruje to większą dokładność orbity o zredukowanej dynamice w porównaniu z orbitą kinematyczną, która jest prawie wyłącznie oparta na pomiarach GPS i stąd bardziej podatna na zmiany ich jakości.

(m) Model geopotencjału, wykorzystywany zarówno przy obliczeniu orbity przybliżonej, jak i do jej poprawiania, może być zoptymalizowany przez wyznaczenie odpowiedniego stopnia i rzędu jego obcięcia, pod warunkiem uzyskania minimalnej wartości RMS dopasowania orbity obliczonej lub poprawionej do orbity referencyjnej. Podobnie jak dla obserwacji GGT, tak i w przypadku modelu geopotencjału można mówić o jego użytecznej części. Jej wielkość zależy między innymi od dokładności samego modelu w aspekcie zastosowania do obliczania i poprawiania orbity. Widać to w przypadku obliczania orbity przybliżonej, gdzie użyteczna część dla starszych modeli geopotencjału obejmuje mniejszy zakres współczynników niż dla modeli nowszych. Efektywność zastosowania optymalizacji modelu geopotencjału w procesie poprawiania orbity wynosi dla trzech wybranych 1-dobowych łuków: 10.5 %, 9.4 %, 7.8 %. Wartości te uzyskano za pomocą wyrażenia: $[(RMS - RMS_0) / RMS] \cdot 100 \%$, gdzie: pierwszy wyraz w liczniku (RMS) to dopasowanie orbity poprawionej bez optymalizacji modelu geopotencjału, wyraz drugi (RMS_0) – dopasowanie orbity poprawionej po optymalizacji tego modelu. Użyty model to ITG-GRACE2010S.

4. Wykorzystanie otrzymanych wyników

Wnioski (c) i (d) z poprzedniego rozdziału wskazują na możliwość zastąpienia pomiarów GPS przez obserwacje GGT przy wyznaczaniu orbity GOCE. Jak pokazują wyniki (f) chodziłoby o krótsze łuki orbitalne o długościach do kilkudziesięciu minut. Biorąc pod uwagę także wyniki i wnioski (b), (i), (j) oraz (k), można powiedzieć o potencjalnej możliwości wykorzystania obserwacji gradientów grawitacyjnych do sprawdzenia jakości wyznaczenia orbity przy pomocy pomiarów GPS lub do bezpośredniego użycia tych obserwacji w procesie wyznaczania orbity w przypadku braku pomiarów GPS w pewnych interwałach czasowych. Wystarczającym powodem użycia obserwacji GGT mogłaby być także obniżona jakość pomiarów GPS w danym interwale czasowym. Jednakże to wspomniane potencjalne zastąpienie pomiarów GPS przez obserwacje GGT, mogłoby mieć miejsce pod warunkiem skonstruowania hipotetycznego gradiometru orbitalnego, spełniającego niezbędne wymagania techniczne. Przede wszystkim powinien charakteryzować się on dokładnością nie gorszą niż 10^{-2} mE, szczególnie w pasmie pomiarowym związanym z wpływem długofalowej części pola grawitacyjnego, opisanej przez główny wyraz newtonowski i współczynnik \overline{C}_{20} rozwinięcia geopotencjału. Współczynnik ten wyraża wpływ spłaszczenia Ziemi. Ponadto obserwacje GGT w postaci szeregów czasowych pełnego tensora grawitacyjnego, byłyby prowadzone bezpośrednio w układzie inercjalnym IRF w którym jest poprawiana orbita. Jak już zauważono w poprzednim rozdziale, zabezpieczałoby to obserwacje przed stratą dokładności, która wynikłaby przy ich transformacji do innego układu współrzędnych. Postulowany gradiometr orbitalny mógłby pojawić się jako wynik wejścia na kolejny stopień technologiczny przy konstrukcji satelitów do przyszłych misji badania pola grawitacyjnego.

5. Główne osiągnięcia pracy i perspektywy badawcze

Misja GOCE dobiegła końca 11 listopada 2013 roku. Dostarczyła ona unikalnych danych pomiarowych obejmujących głównie obserwacje tensora grawitacyjnego, które nadal są przedmiotem opracowania. Do chwili obecnej (listopad 2015) ukazało się pięć generacji globalnego modelu pola grawitacyjnego. Rozdzielczość przestrzenna jednego z modeli piątej generacji osiąga poziom 70 km (Hirt i in., 2015). Do estymacji tego modelu wykorzystano dane zebrane w ciągu trwania niemal całej misji GOCE, tzn. począwszy od listopada 2009 do października 2013 roku. Inaczej niż w przypadku estymacji modeli geopotencjału, w pracy niniejszej wykorzystano głównie tę część informacji zawartą w danych pomiarowych z misji GOCE, która dotyczy położenia satelity i związanego z tym aspektu orbitalnego. Dobra

jakość znacznej części wykorzystanych danych z misji GOCE przyczyniła się do otrzymania zadowalających wyników, co umożliwiło realizację celu naukowego pracy wymienionego we Wstępie do niniejszego opracowania.

Związane z tym główne osiągnięcia pracy można przedstawić w następujących punktach:

1. Rozwój algorytmów i utworzenie pakietu oprogramowania SOO, złożonego z procedur służących do przygotowania i opracowania danych pomiarowych oraz przeprowadzenia wielowariantowego procesu wyznaczania orbity. Pakiet ten, napisany w języku FORTRAN, będzie wykorzystany także do przyszłych badań orbitalnych.
2. Dokonanie całościowego opisu misji GOCE ze szczególnym uwzględnieniem modelu matematycznego wyznaczania składowych tensora grawitacyjnego w statycznym polu grawitacyjnym Ziemi,
3. Potwierdzenie możliwości wyznaczenia orbity satelity przy wykorzystaniu symulowanych obserwacji gradientów grawitacyjnych o wysokim stopniu realizmu na przykładzie orbity satelity GOCE. Stwierdzenie nieprzydatności prawdziwych pomiarów gradientów grawitacyjnych z misji GOCE w procesie wyznaczania orbity z powodu ich zbyt małej dokładności w dziedzinie czasu.
4. Określenie warunków efektywnego wyznaczenia orbity satelity GOCE przy zastosowaniu obserwacji gradientów grawitacyjnych.
5. Opis efektywności wyznaczania orbity satelity GOCE przy oddzielnym i łącznym zastosowaniu obserwacji gradientów grawitacyjnych oraz pomiarów GPS. W tym szczególnie wysoka dokładność wyznaczenia krótkich łuków orbitalnych o długościach do kilkudziesięciu minut.
6. Pokazanie zależności dokładności wyznaczenia orbity od stopnia i rzędu obciążenia modelu geopotencjału – wskazanie na możliwość optymalizacji modelu pod tym kątem przez wyznaczenie stopnia i rzędu obciążenia dla najlepszej dokładności.
7. Estymacja nieliniowego modelu przyspieszeń empirycznych satelity GOCE oraz weryfikacja jego działania – po jego włączeniu wzrost

dokładności orbity „a priori” (z poziomu metrów na poziom decymetrów) oraz orbity po wyrównaniu (wzrost dokładności o czynnik 2).

Tworzenie przedstawianej pracy i otrzymane wyniki miały kluczowy wpływ na pojawienie się trzech tematów dalszych badań, które są już częściowo realizowane w oparciu o istniejące dane i wspomniany pakiet oprogramowania SOO.

Pierwszy z nich dotyczy testowania działania długofalowej części wybranych modeli pola grawitacyjnego, w tym modeli wyznaczonych na podstawie danych z misji GOCE. Test stanowi dopasowanie wyznaczonej orbity satelity GOCE przy wykorzystaniu danego modelu geopotencjału oraz symulowanych pomiarów GPS do orbity referencyjnej (orbita precyzyjna o zredukowanej dynamice). Pomiarów GPS to pseudo-odległości pomiędzy satelitami GPS a satelitą GOCE. Praca „*Quick Look Comparison of Selected Geopotential Models in Terms of the GOCE Orbit Determination Using Simulated GPS Observations*” została wysłana do czasopisma *Acta Geophysica* i jest aktualnie w trakcie korekty po pierwszej recenzji.

Kolejny temat jest rozwinięciem poprzedniego i będzie polegał na zbadaniu i porównaniu efektywności poprawienia orbity GOCE dla wybranych modeli pola grawitacyjnego przy modyfikacji współczynnika \bar{C}_{20} . Jakość wyznaczenia tego współczynnika oraz ze względu na jego długookresową zmienność, także przedział czasowy danych użytych do estymacji modelu geopotencjału, mają znaczny wpływ na obliczoną orbitę (Cheng i Ries, 2015). Tworzone będą dla poszczególnych modeli rozkłady wartości RMS dopasowania wyznaczonej orbity do orbity referencyjnej w zależności od zmodyfikowanego współczynnika \bar{C}_{20} .

Temat trzeci wiąże się z obiecującymi wynikami wyznaczenia w omawianej pracy, krótkich, maksymalnie kilkudziesięciominutowych łuków orbitalnych. Były one wyznaczane przez poprawienie początkowego wektora stanu, tzn. estymację sześciu parametrów – poprawek do składowych pozycji i prędkości. W temacie tym dokładności wspomnianych łuków będą porównane z dokładnościami łuków otrzymanych przy pomocy sekwencji wyrównań. Tak otrzymany łuk orbitalny będzie składał się z poprawionych wektorów stanu w kolejnych epokach. W pewnym sensie taka orbita będzie orbitą o rozszerzonej parametryzacji, gdyż w każdej epoce będą estymowane poprawki do wektora stanu. Wspomniana sekwencja wyrównań polega na kolejnym poprawianiu wektorów stanu satelity w oparciu o pomiary zawarte w stałym ale „ruchomym” interwale czasowym. Może to prowadzić do czasochłonnych obliczeń, dlatego istotną kwestią będzie wyznaczenie optymalnej długości interwału czasowego obserwacji.

W ostatnim czasie (styczeń 2016) pojawiła się także perspektywa wspólnego tematu badawczego w ramach nawiązanej współpracy z prof. Mehdi Eshagh (University West, Department of Engineering Science, Trollhattan, Sweden). Temat ten ma dotyczyć oceny dokładności modeli pola grawitacyjnego z misji GOCE w aspekcie wyznaczenia orbit wybranych satelitów. Rozważane jest tutaj także przeprowadzenie dla tych modeli procesu kalibracji błędów. Rysuje się też możliwość wspólnych publikacji.

Literatura

Bock H., Jäggi A., Svehla D., Beutler G., Hugentobler U., Visser P.; Precise Orbit Determination for the GOCE Satellite Using GPS. *Adv. Space Res.*, vol.39, pp. 1638–1647, 2007.

Bock H., Jäggi A., Meyer U., Visser P., Ijssel J., Helleputte T., Heinze M., Hugentobler U., GPS-derived orbits for the GOCE satellite. *Journal of Geodesy* 85: 807–818, 2011.
DOI: 10.1007/s00190-011-0484-9.

Cheng M., Ries J.C., Evaluation of GOCE Gravity Models with SLR Orbit Tests, In: Assessment of GOCE Geopotential Models, *Newton's bulletin* No. 5, June 2015.

Ditmar P., Klees R., A Method to Compute the Earth's Gravity Field from SGG/SST data to be Acquired by the GOCE Satellite, Delft University Press, 2002.

Drożyner A.; Determination of Orbits with Toruń Orbit Processor System. *Adv. Space Res.*, vol. 16, No. 2, 1995.

ESA, Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission, Report for Mission Selection of the Four Candidate Earth Explorer Missions. ESA SP-1233(1), 1999.

Heiskanen W., Moritz H.; Physical Geodesy, W.H. Freeman and Company, San Francisco and London, 1967.

Hirt C., Rexer M., Claessens S., Topographic evaluation of fifth-generation GOCE gravity field models globally and regionally, In: Assessment of GOCE Geopotential Models, *Newton's bulletin* No. 5, June 2015.

Mayer-Gürr T., Kurtenbach E., Eicker A.; ITG-Grace2010 Gravity Field Model; <http://www.igg.uni-bonn.de/apmg/index.php?id=itg-grace2010>, 2010.

Mayer-Gürr T., et al. , The combined satellite gravity field model GOCO05s. Presentation at EGU 2015, Vienna, April 2015.

Rummel R., Muzi D., Drinkwater M., Floberghagen R., Fehring M., *GOCE Mission Overview and Early Results*. Presented at the 2009 American Geophysical Union Fall Meeting, San Francisco, 14–18 December, 2009.

5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych

Główny nurt moich badań, poczynając od rozprawy doktorskiej, łączy się z tematyką gradiometrii satelitarnej. Idea umieszczenia gradiometru na pokładzie satelity, celem pomiaru drugich pochodnych przestrzennych geopotencjału (gradientów grawitacyjnych lub inaczej składowych tensora grawitacyjnego), pojawiła się już w latach pięćdziesiątych ubiegłego wieku. Od tamtej pory ukazało się wiele prac w których rozpatrywane są różnorodne aspekty gradiometrii satelitarnej. I tak na przykład Drożyner, Reigber i Bode (1989) określają dokładności wyznaczenia orbity satelity gradiometrycznego przy różnych przyjętych dokładnościach pomiarów. Prezentują także symulacje przebiegów czasowych wybranych gradientów grawitacyjnych, określanych również jako składowe tensora grawitacyjnego. Z kolei Colombo i Kleusberg (1983) a także Colombo i Rummel (1985) opisują wykorzystanie obserwacji gradiometrycznych do poprawiania orbity satelity oraz wyznaczania współczynników harmonik sferycznych rozwinięcia geopotencjału. Rummel (1988) przedstawia podstawy teoretyczne gradiometrii, różne typy gradiometrów i źródła błędów, natomiast Bernard i Touboul (1989) omawiają gradiometr przeznaczony dla niezrealizowanej misji kosmicznej Arystoteles. Praktyczna realizacja gradiometrii satelitarnej stała się faktem na początku XXI wieku – 17 marca 2009 roku umieszczono na orbicie okołoziemskiej pierwszego satelitę gradiometrycznego, co zapoczątkowało misję Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer (GOCE).

W latach 1999-2009 powstają liczne prace w ramach przygotowań do misji GOCE. Wspomnieć tu można zwłaszcza obszerny raport Europejskiej Agencji Kosmicznej (ESA, 1999), który prezentuje szczegółowe kwestie techniczne dotyczące satelity, konstrukcji gradiometru, planowanej orbity, przedmiotu pomiarów oraz harmonogram misji. Inne prace związane są z wyznaczaniem modelu pola grawitacyjnego w oparciu o pomiary gradientów grawitacyjnych i obserwacje GPS z misji GOCE np. (Ditmar i Klees, 2002), (Ditmar i in., 2003), (Visser i in., 2001), (Wermuth i in., 2006). Istotnym poruszonym tematem jest także problematyka estymacji orbity GOCE np. (Visser i van den Ijssel, 2001), (Visser i in., 2006), (Bock i in., 2007).

W powyższy, wzmiankowany jedynie, nurt w perspektywie nadchodzącej misji GOCE wpisują się także moje prace badawcze w dwóch pierwszych etapach. Koncentrowały się one w pierwszym z nich na różnych

aspektach możliwości wykorzystania obserwacji gradiometrycznych (składowych tensora grawitacyjnego) w procesie poprawiania orbity satelity, także z uwzględnieniem symulacji i opisu własności tensorów generowanych przez siły o charakterze grawitacyjnym i niegravitacyjnym. Etap następnym to przejście do tematyki orbitalnej, gdzie projektowana orbita satelity GOCE była charakteryzowana pod kątem modelowania i porównania różnych determinujących ją sił. Zostało to przedstawione także przez zmiany chwilowych elementów orbitalnych zarówno w dziedzinie czasu jak i częstotliwości. Osobny aspekt stanowił opis perturbacji w elementach keplerowskich spowodowanych działaniem sił grawitacyjnych. Pierwsze dwa etapy badań z konieczności przebiegały w środowisku symulacji. W etapie trzecim, pokrywającym się z misją GOCE i tuż po niej, powrócił temat wyznaczania orbity. Dodatkowo, w miarę przybywania kolejnych modeli pola grawitacyjnego związanych z misją GOCE pojawiła się możliwość testowania ich działania w aspekcie orbitalnym. Badania etapu trzeciego opierają się w znacznej mierze o dane pozyskane z misji GOCE.

Naszkirowana poniżej tematyka moich publikacji w naturalny sposób odzwierciedla wspomniane trzy etapy prac badawczych. Publikacje te w dalszym ciągu przedstawiane będą w postaci [n], gdzie n jest kolejną liczbą naturalną. Ich wykaz znajduje się w drugiej części spisu Literatury zamieszczonego na końcu tego rozdziału.

Praca [1] akcentuje znaczenie tensorów grawitacyjnych drugiego i trzeciego rzędu (lub inaczej pochodnych przestrzennych geopotencjału drugiego i trzeciego rzędu) jako niezbędnych elementów tworzących równania obserwacyjne przy wyznaczaniu orbity. Wartości numeryczne tych pochodnych wyznaczone zostały wzdłuż przykładowej orbity niskiego satelity przy użyciu modelu pola grawitacyjnego EGM96. Zilustrowano także względny wkład wybranych zakresów współczynników harmonik sferycznych tego modelu do wartości otrzymanych składowych tensorów grawitacyjnych.

Z kolei artykuł [2] przedstawia wyniki wyznaczenia kilku przykładowych orbit niskiego satelity oraz ich dokładność jako odchylenia standardowe poprawek do składowych początkowego wektora stanu (dokładność wewnętrzna procesu poprawiania orbity). Zaobserwowano wzrost dokładności poprawienia początkowego wektora stanu satelity dla rosnącej wysokości orbity od 160 km poprzez 200 km aż do 240 km.

W publikacji [3] podkreślono między innymi znaczenie odpowiedniego interwału pomiędzy kolejnymi epokami pomiarowymi tensora grawitacyjnego. Zmniejszanie tego interwału skutkuje wzrostem dokładności uzyskiwanych wyników.

Artykuł [4] kończy grupę publikacji związaną z poprawianiem orbity przy użyciu symulowanych gradientów grawitacyjnych dla różnych konfiguracji

warunków początkowych. W pracy tej dokładności uzyskanych rozwiązań przedstawiono także za pomocą parametru RMS dopasowania wyznaczonej orbity do orbity odniesienia dla której otrzymano symulacje obserwacji. Oszacowana dokładność wewnętrzna procesu poprawienia orbity o długości 1 doby pozostaje w najlepszym przypadku na poziomie decymetrów, co jest niewystarczające biorąc pod uwagę wymagania na poziomie centymetrowym. Sugerowałoby to możliwość połączenia pomiarów GPS i pomiarów tensora grawitacyjnego w jednym procesie wyrównawczym z odpowiednim wagowaniem obu rodzajów obserwacji. W pracy pojawia się także przypuszczenie na temat trudności w efektywnym wykorzystaniu w aspekcie orbitalnym pomiarów gradiometrycznych z misji GOCE, ze względu na ograniczenia dokładnościowe w pasmie pomiarowym projektowanego gradiometru.

Kolejna grupa publikacji zawiera wyniki badań dotyczących przedmiotu pomiaru nadchodzącej misji GOCE oraz planowanej orbity satelity. W pracy [5] pokazano wyniki obliczeń składowych tensorów analogicznych do tensora grawitacyjnego (generowanego przez geopotencjał). Obliczenia wykonano dla wybranych punktów orbity niskiego satelity na wysokości około 300 km. Otrzymano tensory generowane przez geopotencjał, opór atmosfery, pływy oceaniczne, pływy skorupy ziemskiej, Słońce, Księżyc, planety, ciśnienie promieniowania słonecznego, ciśnienie promieniowania odbitego, efekty relatywistyczne. Prawie wszystkie tensory obliczono na drodze numerycznej, tak aby zbliżyć się do realnych warunków pomiaru na pokładzie satelity GOCE. Znalazło to wyraz także w przyjęciu interwału przestrzennego około 0.5 m, równego w przybliżeniu odległości pomiędzy parami akcelerometrów w projektowanym gradiometrze satelity GOCE. Tensory generowane przez inne czynniki niż geopotencjał także były rejestrowane przez gradiometr GOCE, co wymagało odpowiedniej redukcji pomiarów w celu uzyskania gradientów grawitacyjnych w statycznym polu grawitacyjnym Ziemi. Badania wykazały przytłaczającą dominację tensora generowanego przez geopotencjał. Na kolejnych pozycjach znalazły się tensor oporu atmosfery i tensor generowany przez przyciąganie grawitacyjne Księżyca. Analiza wartości składowych poszczególnych tensorów pozwoliła na określenie ich własności pod względem symetrii oraz spełnienia równania Laplace'a. Przykładowo tensor pochodzący od ciśnienia promieniowania słonecznego charakteryzuje się zarówno symetrią jak i spełnieniem równania Laplace'a.

Publikacja [6] stanowi studium wpływu sił perturbujących (z wyłączeniem perturbacji pochodzących od pola grawitacyjnego Ziemi) na planowaną orbitę GOCE. Wpływ ten został pokazany zarówno przez porównanie wartości poszczególnych sił perturbujących jak i przez wartości długości łuków orbitalnych, otrzymanych poprzez modyfikację modelu ruchu dla orbity referencyjnej GOCE uwzględniającą dany rodzaj perturbacji. Orbita zmodyfikowana systematycznie oddalała się od orbity referencyjnej osiągając w ostatniej epoce odległość na poziomie spodziewanego błędu wyznaczenia

orbity GOCE. Większa długość łuku orbity zmodyfikowanej odpowiadała mniejszemu wpływowi danej siły perturbującej na orbitę GOCE. Według tego kryterium największy wpływ na orbitę GOCE posiada opór atmosfery, następnie kolejno: Księżyc, pływy skorupy ziemskiej, Słońce, ciśnienie promieniowania słonecznego, efekty relatywistyczne i pływy oceaniczne.

W artykule [7] przedstawiono wybrane przyśpieszenia i elementy keplerowskie satelity GOCE dla 30-dniowego łuku orbitalnego. Szeregi czasowe wybranych przyśpieszeń i oskulacyjnych elementów keplerowskich zostały przetransformowane do dziedziny częstotliwości za pomocą dyskretnej transformaty Fouriera. Uzyskane widma pozwoliły na wyodrębnienie najważniejszych składowych okresowych ze względu na wartości amplitud. Należą do nich przede wszystkim składowe o okresie około 89.5 minuty, zbliżonym do okresu orbitalnego satelity, a także o okresach będących jego podwielokrotnościami; około 44.8 minuty i około 22 minuty. Zaznaczyły się także okresy 15-dniowy i 30-dniowy, związane z oddziaływaniem Księżyca. Pewnym zaskoczeniem było widmo rektascensji węzła wstępującego, gdzie spodziewana płaska opadająca krzywa została „zaburzona” przez jeden wyraźny „pik” sugerujący występowanie składowej o okresie około 44.8 minuty. Zatem w tym przypadku wiekowe zmiany tego elementu, spowodowane spłaszczeniem Ziemi, są modulowane dodatkowo przez nieznaczną składową okresową.

Publikacja [8] przynosi przedstawienie i opis wybranych przyśpieszeń i elementów keplerowskich orbity GOCE w dziedzinie czasu. Zaznacza się występowanie podobnych okresów jak w przypadku poprzedniej publikacji, z tą różnicą że najbardziej wyrazistym wydaje się okres 45-minutowy. Potwierdza się także występowanie tego okresu w czasowych zmianach rektascensji węzła wstępującego. Zmiany te dla 30-dniowego łuku orbity wydają się mieć charakter niemal liniowego wzrostu. Dopiero w pewnym powiększeniu ukazuje się także ich okresowość.

Z kolei w pracy [9] projektowana orbita GOCE opisana została w aspekcie wybranych perturbacji o charakterze grawitacyjnym, co wiązało się z przewidywaną kompensacją oporu atmosfery i po większej części pozostałych sił niegravitacyjnych przez specjalny system satelity. Perturbacje w oskulacyjnych elementach keplerowskich wyznaczono wzdłuż 30-dniowego łuku orbity. Były one generowane przez oddziaływanie Księżyca, Słońca, planet, pływów skorupy ziemskiej i pływów oceanicznych oraz efektów relatywistycznych. Perturbacje w pólosci wielkiej, mimośrodzie, argumentie perygeum i anomalii średniej wykazywały charakter krótkookresowych oscylacji wokół wartości bliskiej zera, natomiast perturbacje w nachyleniu i rektascensji węzła wstępującego pokazywały wyraźny wiekowy trend połączony ze średnio- i długookresowymi zmianami. Co ciekawe, perturbacje w tych elementach spowodowane oddziaływaniem pływów skorupy ziemskiej i pływów oceanicznych mają dominujące rosnące trendy wartości odpowiednio

z dodatnim i ujemnym znakiem. Stąd widać przeciwny kierunek działania obu rodzajów pływów w aspekcie wymienionych perturbacji. Nie powoduje to jednak wzajemnej ich kompensacji, gdyż wartość bezwzględna perturbacji spowodowanych przez pływy skorupy ziemskiej jest dla rozpatrywanych elementów jeden do dwóch rzędów wielkości większa od wartości bezwzględnej perturbacji pochodzących od pływów oceanicznych.

Prace [10] i [11] powstały po zakończeniu misji GOCE. Wyniki opierają się w znacznej mierze na danych z tej misji pozyskanych za pośrednictwem Europejskiej Agencji Kosmicznej. Dane te obejmują szeregi czasowe obserwacji tensora grawitacyjnego, „centymetrową” orbitę precyzyjną – przyjętą jako orbita referencyjna, współrzędne satelitów GPS oraz elementy orientacji wzajemnej układu ITRF2005 i układu inercjalnego epoki standardowej J2000.0. Pierwsza ze wspomnianych publikacji zawiera efektywne rozwiązania procesu poprawienia orbity satelity GOCE dla trzech różnych łuków orbitalnych przy wykorzystaniu realistycznych symulacji obserwacji pełnego tensora grawitacyjnego. Jednakże wskazuje także na zbyt małą dokładność prawdziwych pomiarów gradientów grawitacyjnych z misji GOCE do wyznaczania orbity.

Praca [11] stanowi studium porównawcze działania długofalowej części dwudziestu wybranych modeli geopotencjału w aspekcie wyznaczania orbity satelity GOCE z wykorzystaniem symulowanych pomiarów pseudoodległości pomiędzy satelitami GPS a satelitą GOCE. Pseudoodległości wyznaczono wzdłuż orbity referencyjnej satelity GOCE, biorąc pod uwagę dane współrzędne satelitów GPS. Estymowano 90-minutowe i 1-dobowe łuki orbitalne. W obu wypadkach najlepsze wyniki uzyskano dla modelu JYY_GOCE02S (Yi i in., 2013), opartego wyłącznie o pomiary z misji GOCE, których interwał czasowy obejmował wspomniane łuki orbitalne. Model ten należy do grupy nowszych modeli, obejmującej także modele oparte o dane z misji GRACE. Modele te wykazywały znacznie większą dokładność w aspekcie orbitalnym od użytych w pracy modeli geopotencjału pochodzących z lat osiemdziesiątych i dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku. Nieznaczne polepszenie dokładności uzyskanych rozwiązań dało się zauważyć po obcięciu modeli do określonego stopnia i rzędu współczynników harmonik sferycznych. Wskazywałoby to na pewną utratę „sygnału” grawitacyjnego przez testowane modele powyżej pewnego granicznego stopnia i rzędu współczynników harmonik sferycznych. Wspomniana utrata odnosiłaby się do aspektu orbitalnego.

Zgromadzone szeregi czasowe danych z misji GOCE oraz rozwinięty przeze mnie pakiet oprogramowania SOO, pozwolą na prowadzenie dalszych badań. Biorąc pod uwagę dotychczas osiągnięte wyniki, obiecująco przedstawia się zwłaszcza kwestia sprawdzenia efektywności wyznaczenia krótkich łuków orbitalnych. Wyznaczenie to odbywałoby się przez sekwencję

procesów poprawiania orbity, obejmującą oddzielne wyrównanie wektora stanu satelity w każdej epoce.

Literatura

Część I – prace innych autorów

- Bernard A., Touboul P., A Spaceborne Gravity Gradiometer for the Nineties; *Proceedings General Meeting of International Association of Geodesy*, Edinburgh, Scotland, 3 -12, August 1989.
- Bock H., Jäggi A., Svehla D., et al., Precise Orbit Determination for the GOCE Satellite Using GPS. *Adv. Space Res.*, vol. 39, 1638–1647, 2007.
- Colombo O., Kleusberg A., Applications of an Orbiting Gravity Gradiometer: *Bull. Géod.* 57 pp. 83-101, 1983.
- Colombo O., Rummel R., Gravity Field Determination From Satellite Gradiometry; *Bull. Géod.* 59 pp. 233-246, 1985.
- Ditmar P., Klees R., A Method to Compute the Earth's Gravity Field from SGG/SST data to be Acquired by the GOCE Satellite. *Delft University Press*, 2002.
- Ditmar P., Visser P., Klees R., On the joint inversion of SGG and SST data from the GOCE mission. *Advances in Geosciences*. 1:87-94, 2003.
- Drozyner A., Reigber Ch., Bode A., Simulation results for the future European Gravity Mission, *Obs. of Art. Earth Sat.*, No. 27, 1989.
- ESA. Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission, ESA SP-1233(1). Report for mission selection of the four candidate Earth Explorer missions, 1999.
- Rummel R., SGG Principles, State of the Art, Errors; Study on Precise Gravity Field Determination Methods and Mission Requirements, *Mid-Term Report*, 1988.
- Visser P., Ijssel J., Koop R., Klees R., Exploring gravity field determination from orbit perturbations of the European Gravity Mission GOCE. *Journal of Geodesy*, 75:89-98, 2001.
- Visser, P.N.A.M., and J. van den Ijssel, GPS-based precise orbit determination of the very low Earth orbiting gravity mission GOCE, *J. Geodesy*, 74(7/8), 590-602, 2001.
- Visser P., Ijssel J., Helleputte T., et al. Rapid and Precise Orbit Determination for the GOCE satellite. *3rd GOCE user workshop*, ESA ESRI, 6-8 November 2006.
- Wermuth M., Rummel R., Lóránt Földváry, Mission Simulation and Semi-analytical Gravity Field Analysis for GOCE SGG and SST. *Observation of the Earth System from Space*. Springer Berlin Heidelberg, 2006.

Yi W., Rummel R., Gruber T.; Gravity field contribution analysis of GOCE gravitational gradient components. *Studia Geophysica et Geodaetica* 57: 174-202, 2013. DOI: 10.1007/s11200-011-1178-8

Część II – prace własne

- [1] Bobojć A., (2000), Zastosowanie gradiometrii satelitarnej w badaniach orbitalnych ruchu sztucznych satelitów Ziemi. Biuletyn Naukowy Wydawnictwa UWM, Nr 10, pp. 7-21.
- [2] Bobojć A., Drożyner A. (2001), Application of the Satellite Gravity Gradiometry to the Satellite Orbits Analysis. *Artificial Satellites* Vol. 36, No. 1, pp. 3-14.
- [3] Bobojć A., Drożyner A. (2001), Badania gradiometryczne w kontekście misji kosmicznej GOCE. Geodezja, tom 7, zeszyt 2, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Techniczne AG-H, Kraków 2001.
- [4] Bobojć A., Drożyner A. (2003), Satellite Orbit Determination Using Satellite Gravity Gradiometry Observations in GOCE Mission Perspective. *Advances in Geosciences* No.1: 1-4.
- [5] Bobojć A. (2005), Determination of the Geopotential Tensor and Other Chosen Tensors for the Chosen Low Earth Orbit of the Satellite. *Artificial Satellites* Vol. 40, No. 2, pp. 109-117.
- [6] Bobojć A., Drożyner A. (2007), Determination of the GOCE Satellite Orbit Sensitivity Under the Influence of Perturbing Forces. *Artificial Satellites* Vol. 42, No. 2, pp. 121-128. DOI: 10.2478/v10018-008-0004-1.
- [7] Bobojć A., (2008), Spectral Analysis of the Selected Accelerations and Orbital Elements for the GOCE Satellite Orbit. *Artificial Satellites* Vol. 43, No. 3, pp. 109-127.
- [8] Bobojć A., (2009), Selected Accelerations and Orbital Elements of the GOCE Satellite in the Time Domain. *Technical Sciences*, Vol. 12: 104-117.
- [9] Bobojć A., Drożyner A. (2011), GOCE Satellite Orbit in Aspect of Selected Gravitational Perturbations. *Acta Geophysica*, Vol.59, No.2. pp. 428-452 DOI: 10.2478/s11600-010-0052-3.
- [10] Bobojć A., (2015), Application of Gravity Gradients in the Process of GOCE Orbit Determination. *Acta Geophysica* – praca przyjęta do druku.
- [11] Bobojć A., (2015), Quick Look Comparison of Selected Geopotential Models in Terms of the GOCE Orbit Determination Using Simulated GPS Observations – praca wysłana do czasopisma *Acta Geophysica* (w korekcie po pierwszej recenzji).