

## Autoreferat

Precyzyjne wyznaczanie parametrów kowariancji sygnału i szumu w kolokacji najmniejszych kwadratów metodami krosvalidacji i największej wiarygodności oraz badanie związku wariancji szumu nieskorelowanego z rozdzielczością danych i ograniczeniem spektrum sygnału.

dr inż. Wojciech Jarmołowski

Olsztyn 2017

## SPIS TREŚCI

1. Imię i Nazwisko.....	3
2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/ artystyczne – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej.....	3
3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych/ artystycznych.....	3
4. Wskazanie osiągnięcia* wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2016 r. poz. 882 ze zm. w Dz. U. z 2016 r. poz. 1311.).....	3
a) tytuł osiągnięcia naukowego/artystycznego.....	3
b) (autor/autorzy, tytuł/tytuły publikacji, rok wydania, nazwa wydawnictwa, recenzenci wydawniczy).....	3
c) omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.....	5
C1) Kolokacja najmniejszych kwadratów – wprowadzenie.....	5
C2) Zdefiniowanie problemu. Zastosowanie krosvalidacji w analizie parametrów kowariancji sygnału i szumu w lokalnych danych topograficznych.....	6
C3) Zastosowanie krosvalidacji w analizie parametrów kowariancji lokalnej quasigeoidy satelitarno niwelacyjnej.....	7
C4) Zastosowanie krosvalidacji w analizie parametrów płaskiej funkcji kowariancji sygnału i wariancji szumu oraz ich relacji do rozdzielczości danych anomalii grawimetrycznych Bouguera.....	8
C5) Wykorzystanie metody największej wiarygodności w analizie parametrów kowariancji sygnału i szumu anomalii grawimetrycznych i topografii.....	9
C6) Wykorzystanie metody największej wiarygodności w wyznaczaniu wariancji szumu niejednorodnego.....	10
C7) Wykorzystanie metody największej wiarygodności w analizie parametrów sferycznej funkcji kowariancji wraz z wariancją szumu jednorodnego.....	11
C8) Relacja wariancji szumu nieskorelowanego do rozdzielczości i spektrum danych.....	12
C9) Zoptymalizowane zliczanie Fishera, jako szybkie narzędzie w wyznaczaniu parametrów kowariancji.....	14
C10) Literatura.....	15
5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo - badawczych (artystycznych).....	20
a) Pozostałe publikacje wraz z krótkim komentarzem.....	20
b) Udział w projektach badawczych.....	22
c) Ekspertyzy i prace badawczo-rozwojowe.....	23

### **1. Imię i Nazwisko.**

Wojciech Jarmołowski

### **2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/ artystyczne – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej.**

Tytuł doktora Nauk Technicznych w zakresie Geodezji i Kartografii, w specjalności geodezja fizyczna nadany przez Radę Wydziału Geodezji i Gospodarki Przestrzennej, Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie dn. 19.06.2006 r.

Rozprawa doktorska na temat: Wyznaczenie przebiegu geoidy na obszarze południowego Morza Bałtyckiego z morskich i lotniczych obserwacji grawimetrycznych oraz altymetrii satelitarnej.

Promotor:

prof. zw. dr hab. inż. Jan Kryński (IGiK).

Recenzenci:

prof. zw. dr hab. inż. Adam Łyszkowicz (UWM)

prof. zw. dr hab. inż. Jerzy Rogowski (PW)

### **3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych/ artystycznych.**

2001-2006. Doktorant. Wydział Geodezji i Gospodarki Przestrzennej, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

2007-2017. Adiunkt. Wydział Geodezji i Gospodarki Przestrzennej (od. 2015 Wydział Geodezji, Inżynierii Przestrzennej i Budownictwa), Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

### **4. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust.2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. O stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2016 r. poz. 882 ze zm. W Dz. U. z 2016 r. poz. 1311)**

#### **a) tytuł osiągnięcia naukowego/artystycznego,**

Precyzyjne wyznaczanie parametrów kowariancji sygnału i szumu w kolokacji najmniejszych kwadratów metodami krosvalidacji i największej wiarygodności oraz badanie związku wariancji szumu nieskorelowanego z rozdzielczością danych i ograniczeniem spektrum sygnału.

#### **b) (autor/autorzy, tytuł/tytuły publikacji, rok wydania, nazwa wydawnictwa, recenzenci wydawniczy),**

Rozprawę habilitacyjną przedstawiam w postaci siedmiu monotematycznych publikacji wymienionych poniżej w porządku chronologicznym, gdyż w takim też porządku rozwijał się problem badawczy. Zagadnieniem badawczym jest precyzyjne wyznaczanie parametrów

kowariancji sygnału i szumu w kolokacji najmniejszych kwadratów (Least Squares Collocation - LSC) połączone z oceną wpływu niepewności parametrów na dokładność predykcji. Cykl publikacji wprowadza 2 nowe osiągnięcia w dziedzinie geodezji - nowe zastosowanie metody statystycznej wraz z optymalizacją techniki obliczeniowej i nowe spostrzeżenie z zakresu geostatystyki. Podjęte badania wprowadziły znaną w statystyce metodę największej wiarygodności (ML) do parametryzacji LSC oraz zoptymalizowały szybką metodę obliczeniową ML - zliczanie Fishera (FS). Przeprowadzone testy numeryczne pozwoliły na znalezienie związku macierzy kowariancji szumu z rozdzielczością danych. Wyniki analiz zostały potwierdzone z wykorzystaniem niezależnych metod estymacyjnych, nazywanych ogólnie krosvalidacją (cross-validation – CV).

Cykl publikacji:

- [B1]** Jarmołowski W., Bakuła M., 2013 , Two covariance models in Least Squares Collocation (LSC) tested in interpolation of local topography, *Contributions to Geophysics and Geodesy*, 43/1, 1–19 [spoza list, czasopismo Słowackiej Akademii Nauk]
- [B2]** Jarmołowski W., 2013, Estimation of covariance parameters for GNSS/leveling geoid data by leave-one-out validation, *Technical Sciences* , 16/4, 291–307 [lista B]
- [B3]** Jarmołowski W., 2013, A priori noise and regularization in least squares collocation of gravity anomalies, *Geodesy and Cartography*, 62/2, 199-216 [lista B]
- [B4]** Jarmołowski W, Bakuła M, 2014 , Precise estimation of covariance parameters in least-squares collocation by restricted maximum likelihood, *Studia Geophysica et Geodaetica*, 2, 171-189 [lista A, IF= 0.806]
- [B5]** Jarmołowski W., 2015, Least squares collocation with uncorrelated heterogeneous noise estimated by restricted maximum likelihood, *Journal of Geodesy*, 89, 577–589 [lista A, IF= 2.486]
- [B6]** Jarmołowski W., 2016, Estimation of gravity noise variance and signal covariance parameters in least squares collocation with considering data resolution, *Annals of Geophysics*, 59/1, S0104 [lista A, IF= 0.915]
- [B7]** Jarmołowski W., 2017, Fast estimation of covariance parameters in least squares collocation by Fisher scoring with Levenberg-Marquardt optimization. *Surveys in Geophysics* 38 (4): 701-725 [lista A, IF= 4.413]

c) Omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.

C1. Kolokacja najmniejszych kwadratów – wprowadzenie.

Nieparametryczne, uproszczone metody interpolowania mogą obarczać modele zjawisk geofizycznych rażącymi błędami. Metody takie nie aproksymują wystarczająco korelacji sygnału i nie uwzględniają wariacji szumu w danych, co wyklucza je z opracowania wielu rodzajów modeli stosowanych w naukach o Ziemi. Ostatnie ćwierć ubiegłego wieku i pierwsze dekady tego to czas niezliczonej liczby zastosowań kolokacji najmniejszych kwadratów (least-squares collocation - LSC) w geodezji (Albertella et al. 2004, Andersen and Knudsen 1998, Forsberg 1987). Metodę tą stosowano do modelowania geopotencjału i jego funkcjonatów w geodezji fizycznej oraz w interpolowaniu innych zjawisk fizycznych, które wymagały modeli o wysokiej dokładności. W tym samym czasie w obszarach badań innych niż geodezja (głównie nauk o Ziemi) rozwijano metodę krigingu. Jest on również metodą parametryczną i rozwiązywalną przy pomocy układu równań liniowych, ale posiadającą kilka odmian opartych na rozmaitych, dodatkowych założeniach statystycznych (Reuter et al. 2015, Hansen et al. 2010, Ye et al. 2004). Odmianą krigingu najbardziej porównywalną z kolokacją jest metoda krigingu prostego (simple kriging – SK), dlatego też w przypadku porównywania wymienionych tu prac z pracami opartymi na kringingu, należy szukać powiązań właśnie z tym typem kringingu.

Obok rozwoju metod numerycznych, kolejne satelitarne obserwacje Ziemi dostarczały coraz większej liczby nowych danych, których celem było opracowanie dokładnych, wiarygodnych modeli zjawisk zachodzących na Ziemi. Modele te opracowywane są jednak w oparciu o dane, których szum jest znaczny w stosunku do oczekiwanych dokładności. LSC stosowano do modelowania geoidy (Kavzoglu and Saka 2005), anomalii grawimetrycznych (Moreaux 2008, Jarmołowski 2016), odchylen pionu (Łyszkowicz 2010a, 2010b), powierzchni morza (Andersen and Knudsen 1998), a także pionowych deformacji terenu (El-Fiky et al. 1997). Instrumenty satelitarne zbierają dane obarczone znacznym szumem, stąd stosowanie nieparametryzowanych metod interpolacji jak metoda odwrotnej odległości czy minimalnej krzywizny staje się modelowaniem jedynie przybliżonym, które dostarcza modeli o niższej dokładności.

Jak już wspomniano, podstawy teoretyczne LSC i szeroki opis metody znaleźć można w książkach powstałych w XX i początku XXI wieku. Wymienienie nazwisk naukowców, którzy opracowywali teoretyczne podstawy kolokacji ograniczę do autorów najbardziej znanych pozycji lub największej ilości badań właśnie w wymienionym okresie. Do nich miałem najlepszy dostęp, ale są one też powszechnie uznawane i popularne. LSC popularyzowali m. in. H. Moritz, R. Rapp, F. Sansò i C. C. Tscherning (Moritz 1976, 1980, Tscherning and Rapp 1984, Sansò 1986).

Niniejsze badania zakładają dość popularny model obserwacji wykorzystywany w LSC:

$$l = AX + s + n \quad (1)$$

gdzie  $AX$  oznacza trend o niższym stopniu rozwinięcia harmonicznego, niż sygnał  $s$ , zaś  $n$  to szum obserwacji. Trend może być opisany w sposób deterministyczny, choć ze względu na istnienie globalnych modeli geopotencjału przynajmniej w geodezji fizycznej przyjęto się go przybliżać za pomocą niższych współczynników rozwinięcia harmonicznego.

Sygnal cechuje proces stochastyczny, zaś szum jest bardzo często, a może nawet najczęściej modelowany, jako nieskorelowany. Niniejsze opracowanie również bada szum nieskorelowany, choć niekoniecznie jednorodny. Po wyeliminowaniu części długofalowej otrzymujemy obserwacje residualne, które spełniają warunek LSC, czyli  $\mu(l^r) = 0$ .

$$l^r = l - AX \quad (2)$$

a standardowe równanie LSC będzie:

$$\check{l} = C_p^T (C + D) l^r \quad (3)$$

gdzie  $C_p$  to macierz kowariancji predykcji i danych,  $C$  to macierz kowariancji sygnału, a  $D$  to macierz kowariancji szumu.

Spory zakres prac cytowanych w artykułach składających się na przedstawiany cykl pokazuje nie tylko preferowanie szumu nieskorelowanego w modelowaniu metodą LSC, ale również empiryczną funkcję kowariancji (empirical covariance function - ECF), jako najczęstsze narzędzie w parametryzacji sygnału i szumu. Moje badania pokazują dokładniej korzyści i niedogodności stosowania ECF w parametryzacji sygnału oraz wyjaśniają jej słabe strony w zakresie oceny szumu danych. Do oceny parametrów sygnału i szumu stosowane są techniki krosvalidacji (hold out - HO, leave one out - LOO), metoda wymuszonej największej wiarygodności (restricted maximum likelihood - REML) wraz z zastosowaniem techniki zliczania Fishera (Fisher Scoring - FS). Zastosowanie wymienionych metod dostarcza wielu interesujących spostrzeżeń dotyczących wpływu parametryzacji sygnału na dokładność LSC oraz kluczowych obserwacji dotyczących parametryzacji szumu danych i jego związku z rozdzielczością danych.

## **C2. Zdefiniowanie problemu. Zastosowanie krosvalidacji w analizie parametrów kowariancji sygnału i szumu w lokalnych danych topograficznych.**

Dane topograficzne charakteryzują się bogatym spektrum sygnału, posiadającym dużą ilość szczegółów także na wysokich częstotliwościach próbkowania w przestrzeni. Parametryczne metody interpolowania 2D danych topograficznych nie zawsze są preferowane przy opracowaniu modeli lokalnych ze względu na prostotę metod przybliżonych (np. średniej ważonej, najmniejszej krzywizny, itp.), wysokorozdzielcze techniki obserwacyjne lub mniejsze oczekiwania, co do dokładności. Modele globalne z kolei, powstają dziś również w formie współczynników rozwinięcia harmonicznego opartych na regularnych siatkach, do tworzenia których wykorzystuje się LSC. W pracy [B1] zastosowano krosvalidację dla LSC typu hold-out (HO) (Arlot and Celisse, 2010; Kohavi, 1995). Wykorzystano do tego celu lokalny zbiór danych topograficznych pozyskanych techniką GNSS-RTK, który oczyszczono z obserwacji odstających, co dało większą pewność, co do maksymalnej i przeciętnej, przybliżonej wartości błędu pomiarowego. Błąd pomiarowy bywa w LSC kojarzony zbyt pochopnie z szumem a priori macierzy kowariancji (Bouman 1997, El-Fiky et al. 1997, Osada et al. 2005, Vergos et al. 2005). W pracy [B1] podjęto pierwszy krok w celu zakwestionowania tej zależności w odniesieniu do topografii. W pracy [B1] zastosowano dla porównania dwie płaskie funkcje kowariancji nazywane funkcjami Gaussa-Markova drugiego i trzeciego rzędu (GM2, GM3) do modelowania topografii z danych RTK (Vergos et al. 2013). Po oszacowaniu parametru wariancji sygnału wykonano walidację HO parametrów

odległości korelacyjnej ( $CL$ ) oraz wariancji nieskorelowanego szumu danych (w pracy [B1] oznaczonego symbolem  $N$ , w późniejszych pracach  $\delta n$ , aby odróżnić od symbolu wysokości geoidy). Analizy pokazały generalną zgodność oszacowania  $CL$  metodą walidacji HO z oszacowaniem na podstawie wpasowania modeli kowariancji do ECF. Estymaty  $N$  ( $\delta n$ ), pokazały wielkości znacznie większe od błędów pomiarowych, co podważa utożsamianie szumu a priori z błędami pomiarowymi. Zbyt małe  $CL$  może być przyczyną szczególnie dużej utraty dokładności predykcji metodą LSC. Szum a priori na poziomie maksymalnych błędów pomiaru w wykorzystanych danych RTK daje dokładności predykcji 1.5 - 2 razy gorsze, niż optymalnie możliwe z wykorzystaniem większych wartości  $\delta n$ . Utworzenie regularnej siatki DTM z przyjęciem szumu a priori na poziomie przeciętnej dokładności pionowej RTK w terenie otwartym (np. 5 cm) może skutkować dwukrotnie gorszą dokładnością modeli DTM, jeśli rozdzielczość pomiaru terenowego nie jest gęsta.

*Konkluzja C2: Kroswalidacja HO pokazuje, że optymalny parametr wariancji szumu nieskorelowanego jest kilkukrotnie większy od błędu pomiaru RTK. Sugeruje to związek wariancji szumu z innymi czynnikami.*

### **C3. Zastosowanie kroswalidacji w analizie parametrów kowariancji lokalnej quasigeoidy satelitarno niwelacyjnej.**

Quasigeoida (lub w przypadku ortometrycznego systemu wysokości - geoida) satelitarno-niwelacyjna (GNSS/leveling) to termin, który pojawił się w geodezji w latach 80-tych po uruchomieniu satelitarnego systemu pozycjonowania GPS. Termin ten dotyczy dyskretnych nieregularnych punktów posiadających wyznaczoną z wysoką dokładnością zarazem wysokość elipsoidalną jak i ortometryczną/normalną. Rozmieszczenie takich danych nie jest zwykle regularne ani gęste i nie zapewnia możliwości wykorzystania tych danych samodzielnie w procesie tworzenia lokalnych modeli geoidy/quasigeoidy do zastosowań geodezyjnych. Dlatego też punkty te stosuje się do weryfikacji modeli opracowanych na podstawie gęstszych i regularnych danych grawimetrycznych. Bardzo często po weryfikacji takich modeli i zbadaniu błędów systematycznych między dwoma typami modeli, model grawimetryczny dopasowywany jest do GNSS/lev., a zarazem do lokalnego systemu wysokości (Darbeheshti and Featherstone 2010, Iliffe et al. 2003, Smith and Milbert 1999).

Problemem, który dominował w ostatnich dziesięcioleciach w związku z dopasowywaniem grawimetrycznej geoidy lokalnej lub wysokorozdzielczych modeli geopotencjalnych do lokalnego układu współrzędnych były wysokie wymagania dokładnościowe modeli lokalnych w obliczu ograniczonej rozdzielczości danych GPS/lev. (zwykle kilkudziesięciu kilometrów). Problem jest związany z relacją pomiędzy dokładnością obserwacji niwelacyjnych i GPS (GNSS), a utratą sygnału reprezentowanego przez wyższe wyrazy rozwinięcia harmonicznego związaną z rozdzielczością danych. Próby parametryzacji LSC mające zapewnić optymalne modelowanie residuów pomiędzy modelem GPS/lev. i grawimetrycznym bardzo często nie uwzględniały rozdzielczości danych GNSS/lev., a wariancję szumu a priori opierano na błędach obserwacyjnych.

W pracy [B2] zastosowano typ kroswalidacji nazywany leave-one-out (LOO) w celu oszacowania parametrów kowariancji residuów obserwacji GNSS/leveling uzyskanych po odjęciu trendu wielomianowego, a w szczególności wariancji szumu nieskorelowanego tych danych (Arlot and Celisse 2010, Kohavi, 1995, Kusche and Klees 2002). Spektrum sygnału funkcyjnego geoidy odznacza się przewagą ilościową w niskich współczynnikach rozwinięcia

harmonicznego oraz dość szybkim zmniejszaniem wielkości w wyrazach powyżej 100, 200 stopnia i rzędu. W związku z tym największa część sygnału skumulowana jest na niskich wyrazach rozwinięcia harmonicznego, a błąd pominięcia wyższych harmonik (ang. omission error) dla  $n=m=100$  to decymetry, a już dla  $n=m=1000$  to centymetry (Rapp 1973).

*Konkluzja C3: Analiza z wykorzystaniem krosvalidacji LOO potwierdza wyznaczenie odległości korelacyjnej z wykorzystaniem ECF. Pokazuje również, że optymalna wariancja szumu nieskorelowanego dla danych o bardzo małej rozdzielczości jest kilkudecymetrowa, co znacznie przewyższa błędy niwelacji i GNSS. Potwierdza to obserwowane w pracy [B1] związki wariancji szumu z czynnikami innymi niż błąd obserwacji.*

#### **C4. Zastosowanie krosvalidacji w analizie parametrów płaskiej funkcji kowariancji sygnału i wariancji szumu oraz ich relacji do rozdzielczości danych anomalii grawimetrycznych Bouguera.**

Anomalia grawimetryczna ( $\Delta g$ ) to wielkość, która w geodezji fizycznej jest najczęściej poddawana interpolacji z wykorzystaniem LSC. Jest to bowiem wielkość otrzymywana z pomiarów grawimetrycznych, a więc główny rodzaj danych wykorzystywanych w tworzeniu modeli geoidy w geodezji oraz w różnego typu interpretacjach wnętrza Ziemi w geofizyce i geologii. Jest wielkością fizyczną, dla której często sporządza się regularne modele siatki geograficznej za pomocą LSC, przetwarzane dalej np. metodami spektralnymi. Optymalna parametryzacja na etapie tworzenia regularnej siatki jest zatem bardzo ważna, gdyż właśnie na tym etapie musi się odbyć filtracja ze względu na szum obserwacji i model sygnału powinien charakteryzować się najmniejszym błędem. Anomalia grawimetryczna pozostaje w relacji różniczkowej w stosunku do potencjału siły ciężkości oraz zależy bezpośrednio od gęstości wewnętrznych i zewnętrznych mas Ziemi, a więc posiada bogate spektrum również na wysokich wyrazach rozwinięcia harmonicznego (Flury 2006, Schwarz 1985). Z powyższych powodów uznano anomalie grawimetryczne za obserwacje idealne do analizy stosunku sygnału do szumu i praktycznej aplikacji ML i CV do parametryzacji metody LSC.

W pracy [B3] wykorzystano duży zbiór naziemnych anomalii grawimetrycznych Bouguera. Dane pochodzą z bazy danych grawimetrycznych USA dostępnej na stronie University of Texas at El Paso (Hildenbrand et al., 2002). Duży, regionalny zbiór anomalii grawimetrycznych Bouguera (około  $6^\circ \times 9^\circ$ ) jest odpowiedni do pracy na różnych rozdzielczościach danych grawimetrycznych. Ze zbioru tego utworzono cztery podzbiory o różnej wielkości i rozdzielczości i dla każdego z nich zastosowano osobno deterministyczny trend. Jako trend zastosowano wielomian drugiego stopnia. Zbiory utworzone zostały z tych samych danych, a więc posiadają jednakowy przeciętny błąd obserwacyjny. Ze względu na różną rozdzielczość posiadają jednak różną ilość informacji w odniesieniu do modelowanego obszaru, co może być porównywane z maksymalnym stopniem rozwinięcia harmonicznego. Wobec tego interwał obliczania funkcji kowariancji dla LSC, a także najmniejsza odległość pomiędzy punktami, dla których macierz kowariancji zawiera wartość kowariancji są ograniczone rozdzielczością danych. Dlatego też, część sygnału reprezentowana przez harmoniki sferyczne odpowiadające rozdzielczościom wyższym niż rozdzielczość danych, mimo iż zostały pomierzone przez instrument, nie mogą być traktowane jak skorelowane w procesie LSC.

W analizie wykorzystano CV typu LOO z aproksymacją kowariancji sygnału funkcją GM3. Analizy przeprowadzone w pracy [B3] przy pomocy metody LOO pokazują, iż w



tradycyjnym, najczęstszym modelu LSC, gdzie wykorzystuje się nieskorelowany, jednorodny szum reprezentowany przez wariancję szumu, wspomniana wyżej część sygnału o wysokiej częstotliwości może być jedynie połączona razem z błędem obserwacji i potraktowana wspólnie, jako szum nieskorelowany. Części sygnału obliczone z modelu EGM2008 odpowiednie do wybranych próbek danych naziemnych potwierdzają spostrzeżenia z parametryzacji metodą LOO.

*Konkluzja C4: Optymalna wartość wariancji szumu nieskorelowanego a priori (tzn. taka, dla której sprawdzona za pomocą LOO dokładność LSC jest największa) rośnie wraz ze zmniejszającą się rozdzielczością danych. Jej wielkość koreluje w znacznym stopniu z wariancją części sygnału anomalii grawimetrycznych Bouguera zawartą w wyrazach rozwinięcia harmonicznego wyższych niż odpowiadające im rozdzielczości interpolowanych danych. Średnie błędy predykcji odpowiadają oszacowanym błędom a priori oraz RMS różnic pomiędzy predykcją i danymi w LOO, co dodatkowo potwierdza prawidłową parametryzację LSC.*

#### **C5. Wykorzystanie metody największej wiarygodności w analizie parametrów kowariancji sygnału i szumu anomalii grawimetrycznych i topografii.**

W artykule [B4] wykorzystano dwa typy danych: anomalie grawimetryczne naziemne i lokalne dane topograficzne pomierzone metodą RTK. Zastosowano bardzo częstą w geodezji płaską funkcję kowariancji GM2 (Andersen and Knudsen, 1998, Iliffe et al. 2003). Dla obydwu typów danych wyznaczano dwa parametry tej funkcji tj.: wariancję sygnału ( $C_0$ ), odległość korelacyjną ( $CL$ ) oraz wariancję nieskorelowanego, jednorodnego szumu ( $N$  w artykułach [B1] i [B4],  $\delta n$  w pozostałych artykułach). Zastosowano trzy warianty metody wymuszonej największej wiarygodności (restricted maximum likelihood – REML) dla porównania i wyznaczenia optymalnych wartości trzech wspomnianych parametrów kowariancji. Obliczono negatywną funkcję log-wiarygodności (negative log-likelihood function - NLLF) dla szerokich zakresów parametrów kowariancji, aby zobrazować jej lokalne i globalne minima pozwalające oszacować optymalne parametry kowariancji (Grodecki 1999, 2001, Koch 1986, 2007, Searle et al. 1992). Wykonano również CV typu hold-out (HO), aby zbadać wiarygodność estymat metodą REML. Estymacja REML przy pomocy obliczania NLLF charakteryzuje się jednym, globalnym minimum, wskazującym jednoznacznie na optimum parametrów w stosunku do wykorzystywanych residuów danych, podczas gdy w metodzie HO, wariancja sygnału i szumu są skorelowane i jednoczesne przeskalowywanie ich pokazuje, że minimum zależy od pary parametrów. Wykonano również zliczanie Fishera (Fisher scoring - FS), aby porównać estymaty tą techniką do dwóch powyższych, zbadać wstępnie efektywność podstawowego wariantu FS oraz oszacować dolne granice dokładności estymowanych parametrów kowariancji (Grodecki 2001, van Loon 2008). Do obliczenia dokładności parametrów wykorzystano macierz informacji (information matrix – IM). Oszacowane dolne granice dokładności odpowiadają rozbieżnościom pomiędzy metodami REML i HO i wydają się być wystarczające dla oszacowania parametrów kowariancji w LSC. Należy zaznaczyć, że estymowany wektor składa się z trzech parametrów kowariancji, niektóre z nich są skorelowane i technika FS w swojej podstawowej formie napotyka na konieczność przybliżania wartości niektórych parametrów, co pokazano w pracy [B4]. Potwierdza się to w wielu pracach geodezyjnych i geofizycznych i stanowi problem do rozwiązania (Grodecki 1999, Pardo-Igúzquiza 1997, Halimi et al. 2015, Sari and Çelebi 2004).

*Konkluzja C5: Walidacja HO oraz analiza dokładności oparta na IM pokazują, że estymacja parametrów kowariancji metodą REML dostarcza prawidłowych, przydatnych wyników w parametryzacji LSC. Szczególnie estymaty wariancji szumu a priori, trudne do pozyskania z funkcji kowariancji są tutaj bardzo przydatne i REML jest wydajniejszy od HO. Estymaty szumu a priori potwierdzają zaobserwowaną w pracach [B1], [B2] i [B3] słabą korelację z błędem pomiaru i sugerują związek z innymi czynnikami, np. rozdzielczością danych. FS pozwala bardzo szybko wyznaczyć parametry kowariancji, jednak wymaga dalszych badań nad efektywnością i odpornością na wartości inicjalne parametrów.*

## **C6. Wykorzystanie metody największej wiarygodności w wyznaczaniu wariancji szumu niejednorodnego.**

Praca [B5] wykorzystuje dwa zbiory anomalii grawimetrycznych Bouguera, charakteryzujące się pewną ilością tzw. obserwacji odstających. W literaturze bardzo często pojawia się również termin "błędy grube". Obydwa te terminy używane są do określania obserwacji, których szum odbiega wielkością znacznie od przeciętnego w danym zbiorze. Szum w obserwacjach tego typu może mieć jednak wielorakie pochodzenie, tzn. mogą być to obserwacje o wartościach mylnych, pochodzących np. z błędu przy zapisie danych lub błędu numerycznego innego rodzaju, ale też mogą to być obserwacje o niestandardowo dużym błędzie obserwacyjnym wywołanym wieloma czynnikami (np. środowiskowymi) lub obserwacje położone w obszarze szczególnie dużej wariancji sygnału na jego wyższych częstotliwościach. Mogą więc mieć niestandardowo duży szum, ale nie muszą być to obserwacje błędne. Saleh et al. (2013) przeprowadzili szczegółową analizę szumu danych grawimetrycznych tej samej bazy, która wykorzystywana jest w moich pracach. Przy pomocy technik CV pokazały, że błędy anomalii grawimetrycznych nawet przy wysokiej rozdzielczości danych mogą sięgać wielu mGali. Bardzo popularnym sposobem radzenia sobie z takimi danymi jest eliminowanie ich ze zbioru przed interpolacją (Tscherning 1991, Kern et al. 2005). Przy interpolacji za pomocą automatycznego algorytmu ważne i kłopotliwe stają się kwestie odpowiedniego testu statystycznego, progu odrzucania tych obserwacji oraz problem pustych miejsc, w przypadku znacznej ich liczby. Manualne wyłapywanie takich danych jest natomiast niewygodne i czasochłonne. Dlatego w pracy [B5] badana jest alternatywa wagowania takich obserwacji i badana jest korzyść z takiego wagowania w dokładności interpolowanej powierzchni.

W pracy [B5] wykorzystano metodę REML tak jak w pracy [B4], ale parametrami wyznaczanymi są wartości wyłącznie odchylenia standardowego szumu nieskorelowanego różnych grup danych. Parametry  $C_0$  i  $CL$  wyznaczone są wstępnie poprzez dopasowanie modelu GM3 do ECF. Zakłada się niejednorodność szumu danych i wektor parametrów optymalizowany za pomocą REML budowany jest z dwóch elementów. W pierwszym przypadku są to odchylenie standardowe szumu grupy obserwacji o przeciętnym szumie jednorodnym ( $\delta n_1$ ) oraz  $\delta n_2$  dla mniejszej grupy charakteryzującej się wyraźnym odstawianiem tego parametru. Podziału na te dwie grupy dokonuje się przy pomocy wstępnej CV typu LOO, której gorsze wyniki wskazują dane do grupy drugiego typu. Dodatkowo zastosowano FS w celach porównawczych, ale należy zaznaczyć, że FS również na etapie tej pracy jest w wersji podstawowej i nie posiada optymalnej efektywności i odporności na parametry inicjalne.

Drugi test REML w pracy [B5] to również obliczanie NLLF, której globalne minimum pozwala podobnie zoptymalizować wektor dwóch parametrów dotyczących  $\delta n$ . Tym razem jednak obliczenie przeprowadza się na każdym z punktów, tworząc wektor parametrów dwóch wartości szumu:  $\delta n_1$  dla aktualnego punktu oraz  $\delta n_2$  reprezentującego pozostałe punkty w jego skorelowanym otoczeniu, tzn. w odległościach dla których ECF pokazuje istotną korelację. Drugą wartość  $\delta n_2$  odrzucamy za każdym razem, traktując jako porównawczą dla estymowanej  $\delta n_1$ . W ten sposób wyznaczamy szum niejednorodny indywidualnie na punktach, a dodatkowy parametr, który reprezentuje przeciętny szum otoczenia, tworzy dobre odniesienie i skalę do wyznaczenia indywidualnych wartości  $\delta n_1$ . Jak łatwo zauważyć, te duże wartości szumu indywidualnie wyznaczone metodą REML, pokrywają się z odpowiednimi wartościami we wstępnym teście LOO, zastosowanym do podziału zbiorów na dwie grupy.

W celu oceny przydatności estymat REML wykonano dodatkową walidację LOO, wykorzystując w predykcji estymowane przez REML parametry szumu dla wszystkich punktów, ale oceniając wyniki tylko na zbiorze "lepszyc" punktów z pierwszego testu, tzn. po odrzuceniu punktów o szczególnie dużym  $\delta n$ . Porównano wyniki oceny LOO w wersji (a) z jednorodnym szumem, (b) podzielonym na dwie grupy (z pierwszego testu) i (c) indywidualnymi wartościami szumu (z drugiego testu). RMS walidacji LOO z dwoma wartościami szumu a priori dla dwóch grup (b) jest nieco mniejszy od LSC z przyjętym jednorodnym szumem a priori (a), ale już o około 20% lepszy od (a), gdy przyporządkujemy indywidualne  $\delta n$  z REML do każdego punktu obserwacji (c). Warto zaznaczyć, że analizowane zbiory danych charakteryzują się niewielką liczbą obserwacji o wyraźnie większym  $\delta n$ .

*Konkluzja C6: Warto rozważyć indywidualne wartości  $\delta n$  w macierzy kowariancji szumu, szczególnie w przypadkach znacznie odbiegających od siebie wartości szumu obserwacji. Taka sytuacja ma często miejsce w przypadku połączenia różnych typów danych. Pomysł przedstawiony w pracy [B5] może być rozważany, jako alternatywa dla popularnej techniki Variance Component Estimation (VCE).*

## **C7. Wykorzystanie metody największej wiarygodności w analizie parametrów sferycznej funkcji kowariancji wraz z wariancją szumu jednorodnego.**

Artykuł [B6] porównuje dwa modele kowariancji: sferyczny, badany tutaj i płaski przeanalizowany w publikacji [B3]. Wykorzystano dokładnie te same dane, co w pracy [B3], implementując REML i walidację LOO dla sferycznego modelu kowariancji Tscherninga-Rappa (TR). Dyskusje o zaletach i wadach płaskich i sferycznych modeli kowariancji toczą się w środowisku geodezyjnym od lat (Moritz 1976, 1980, Tscherning 2004, Arabelos and Tscherning 1998). Wiadomo, że generowanie modelu sferycznego zajmuje więcej czasu, jednak wskazywany jest on, jako lepiej reprezentujący korelację odległych, długofalowych części sygnału.

Sferyczna funkcja TR posiada 5 parametrów (Tscherning and Rapp 1974). Dodatkowo zastosowano odchylenie standardowe szumu nieskorelowanego w macierzy kowariancji szumu, analogicznie jak w przypadku funkcji płaskiej. Parametry tworzące lokalny model TR to dolny stopień rozwinięcia harmonicznego ( $n_{min}$ ), górny stopień rozwinięcia harmonicznego ( $n_{max}$ ), parametr skali funkcji  $A$ , drugi parametr skalujący  $B$  oraz parametr  $s$  związany z głębokością sfery Bjerhammara (Moritz 1980). Parametr  $n_{max}$  ustawiono jako stały dla

każdego zbioru danych i powiązано go z przeciętną maksymalną rozdzielczością poszczególnych zbiorów anomalii Bouguera.

Zarówno REML jak i metodę LOO zastosowano w dwóch testach, dzieląc parametry na dwie części. W pierwszym teście ustawiono stałe  $A$  i  $s$ , pozyskując je z wpasowania modelu TR do ECF. Parametry te są skorelowane i dokładność ich wyznaczania metodami parametrycznymi jest utrudniona, co pokazuje test drugi. W pierwszym teście obliczono RMS różnic predykcji i danych w LOO oraz wyznaczono minima NLLF w REML, aby oszacować optima parametrów  $B$ ,  $n_{min}$  i  $\delta n$ . Parametr  $B$  jest zwykle przyjmowany jako równy 24, co potwierdził również aktualny test. Udowodnił również to, że lokalne zastosowanie TR jest w dużym stopniu niezależne od  $B$ , tzn. duży zakres zmian  $B$  nie wpływa na rezultat lokalnego LSC. Parametr  $n_{min}$  powinien być związany ze maksymalnym stopniem rozwinięcia harmonicznego anomalii Bouguera z modelu EGM2008, zastosowanych tutaj jako redukująca długofalowa część sygnału. Test pierwszy potwierdza z dość dużą precyzją to założenie, co dodatkowo może dowodzić poprawności estymacji REML i LOO. Najciekawszym spostrzeżeniem jest jednak analiza parametru  $\delta n$ , która w doskonałym stopniu potwierdza badania przy użyciu funkcji GM3 w artykule [B3]. Podobnie jak w pracy [B3], dwa dodatkowe estymatory odchylenia standardowego szumu nieskorelowanego są zgodne z  $\delta n$ : błąd a posteriori predykcji oraz wartość optymalna RMS w LOO. Wszystkie trzy estymatory szumu są zgrupowane i porównane w tabeli w pracy [B5] (łącznie z odpowiadającymi im z pracy [B3]).

Dodatkowy drugi test przy stałych parametrach:  $B=24$ ,  $n_{min}$  opartym na stopniu rozwinięcia harmonicznego odjętej długofalowej części sygnału oraz  $\delta n$  opartym na teście pierwszym, potwierdzają korelację i kłopotliwość wyznaczania jednocześnie parametrów  $A$  i  $s$ . Cała praca pokazuje bardzo podobne rezultaty lokalnego zastosowania sferycznej funkcji w LSC i płaskiej funkcji kowariancji.

*Konkluzja C7: Lokalne zastosowanie sferycznej funkcji kowariancji i płaskiej funkcji kowariancji dały bardzo podobne rezultaty w LSC jeśli ocenimy je na podstawie RMS walidacji LOO i porównamy do tego szum a priori i błąd a posteriori predykcji. Stało się tak mimo że w pracy [B3] zastosowano wielomian, a w pracy [B6] użyto EGM2008, jako część długofalową sygnału. Potwierdza to podobną użyteczność funkcji sferycznej i płaskiej w zastosowaniu lokalnym.*

## **C8. Relacja wariancji szumu nieskorelowanego do rozdzielczości i spektrum danych.**

Ograniczony związek błędu obserwacji i optymalnego szumu a priori był często dyskutowana w literaturze (Arabelos and Tscherning 1998, Rummel et al. 1979, Sadiq et al. 2010, Filmer et al. 2013, Saleh et al. 2013). Trudno jednak znaleźć dokładne wyjaśnienia problemów z szumem a priori i ustalenia związków tego parametru z fizycznymi własnościami danych. Liczne prace wskazują na konieczność regularyzacji macierzy kowariancji szumu (Marchenko 2003, Rummel et al. 1979). Jest to jest poprawne z numerycznego punktu widzenia i matematycznie zgodne z założeniami aktualnych badań, ale te w pracach [B3] i [B6] dodatkowo zmierzają do ustalenia związku  $\delta n$  z właściwościami danych i modelu.

Parametry opisujące kowariancję szumu, szczególnie dotyczące niektórych typów krigingu, są często trudne do powiązania z wielkościami fizycznymi. Czasem są przeskalowane w stosunku do danych, czasem wyznaczone graficznie na podstawie

empirycznych modeli kowariancji, a czasem powiązane z innymi parametrami. [Pardo-Iguzquiza \(1997\)](#) wykorzystuje REML w estymacji parametru nugget i przedstawia go relacji z wariancją sygnału. Takie zestawienie jest ciekawe, ale nieco utrudnia fizyczną interpretację szumu.

Analityczne modele kowariancji wykorzystane w niniejszym cyklu posiadają parametry kowariancji zgodne ze skalą residuów interpolowanej wielkości, gdyż wpasowuje się je w ECF opartą na średnich iloczynach tych residuów. Można więc porównywać szum a priori do błędu a posteriori interpolacji, lub RMS w LOO, a niektórzy autorzy używają tego typu porównań nawet wprost do oszacowania wielkości szumu ([Smith and Milbert 1999](#)). Opisujący cykl badań, a w szczególności prace **[B3]** i **[B6]** porównują szum a priori, błąd modelowania a posteriori oraz RMS obliczony technikami CV i uzyskują bardzo dobrą zgodność tych wielkości zarówno dla funkcji kowariancji typu płaskiego jak też dla sferycznej funkcji kowariancji. Błąd a posteriori modelowania potwierdza poprawność tych analiz w szczególny sposób, gdyż w wielu pracach podkreśla się większy wpływ zmian parametrów na estymowane błędy a posteriori, niż na rzeczywistą dokładność modelowania ([Sansò et al. 1999](#), [Darbeheshti and Featherstone 2009](#), [Jarmołowski and Bakuła 2014](#)). Należy jednak pamiętać, że dokładność również spada znacznie przy niepoprawnej parametryzacji, szczególnie gdy  $\delta n$  jest zdecydowanie zaniżony.

Na podstawie analiz w pracach **[B1]**, **[B2]**, **[B3]**, **[B4]** i **[B6]** można zauważyć związek parametru  $\delta n$  z rozdzielczością danych. Rozdzielczość danych wpływa na optymalny parametr szumu a priori ze względu na stratę pewnej części spektrum sygnału, o ile część ta istnieje w danych obserwacjach. Dzieje się tak wtedy, gdy błąd pomiaru danej techniki obserwacyjnej jest mniejszy, niż wariancja części sygnału odpowiadająca większym rozdzielczościom (wyrazom rozwinięcia harmonicznego), niż przeciętna rozdzielczość danych. Pewna wysokorozdzielcza część sygnału jest z dużą precyzją wyznaczona na punktach pomiarowych, ale nie można jej jednorodnie interpolować, gdyż maksymalny interwał funkcji kowariancji nie może być mniejszy, niż rozdzielczość danych, a w macierzy kowariancji sygnału nie znajdziemy kowariancji dla pary punktów bliższych, niż minimalna odległość danych. Innymi słowy nie znajdziemy informacji do interpolacji sygnału o wyższej rozdzielczości, gdy zechcemy interpolować punkt pomiędzy danymi, a istniejąca wysokorozdzielcza informacja o sygnale nie może być postrzegana jako skorelowana i musi znaleźć się w macierzy kowariancji szumu. Tak też się dzieje w opisanych przykładach i daje to optymalne wyniki LSC, dla różnych rozdzielczości danych. Numerycznie jest to zgodne z tzw. regularyzacją, ale okazuje się, że znając informację o wielkości wariancji sygnału traconego ze względu na rozdzielczość, np. z modelu geopotencjału lub z funkcji gęstości spektralnej, możemy wykorzystać tę informację dla szacunkowej wielkości szumu a priori, o ile inne czynniki nie wpływają na szum w większej mierze.

Dzisiejsze techniki obserwacyjne w większości dostarczają obserwacji o wysokiej precyzji. Również w wymienionych pracach wykorzystano obserwacje o precyzji większej, niż strata spektrum związana z rozdzielczością, ale trzeba pamiętać, że w niektórych przypadkach może być odwrotnie, np. przy gęstych danych radarowych. Wtedy błąd pomiaru może być wielkością dominującą w szumie a priori, a często może to być nawet błąd skorelowany.

*Konkluzja C8: Ograniczona rozdzielczość danych ogranicza zakres modelowania wyższych stopni rozwinięcia harmonicznego interpolowanego zjawiska. Dane posiadają również część spektrum odpowiadającą rozdzielczości wyższej niż rozdzielczość danych, dostępną dzięki*

*precyzyjnym instrumentom, jednak nie da się interpolować tej części z uwagi na to, iż informacja o niej nie posiada odpowiedniej rozdzielczości przestrzennej. Nastąpi więc utrata spektrum (aliasing) w przypadku, gdy instrument pomiarowy dostarcza obserwacji o wyższej częstotliwości, niż ta wynikająca z rozdzielczości danych. Strata ta zdominuje macierz kowariancyjną szumu w LSC. Jeśli jednak instrument pomiarowy jest mało dokładny, a rozdzielczość próbkowania duża, błąd pomiaru może zdominować macierz kowariancyjną szumu, który w tym wypadku będzie zbliżony do błędu pomiaru.*

### **C9. Zoptymalizowane zliczanie Fishera, jako szybkie narzędzie w wyznaczaniu parametrów kowariancji.**

Wyznaczanie parametrów kowariancji z wykorzystaniem NLLF dostarczyło ważnych spostrzeżeń dotyczących różnych zjawisk w wielu pracach geofizycznych. Wiele zagadnień geofizycznych trudno jest rozwiązać za pomocą metod CV, chociażby z powodu ograniczonej liczby obserwacji lub znacznego szumu tych obserwacji. Metody ML i REML mogą więc być bardzo przydatne w parametryzacji LSC, krigingu czy też wprost w poszukiwaniu korelacji danych geofizycznych. Duża ilość prac cytowanych w pracy [B7] wykorzystuje do ML/REML obliczenie NLLF lub maksimum dodatniej funkcji log-wiarygodności (log-likelihood function – LLF). Wyniki analiz są przez to prezentowane bardzo przejrzysto, ale ograniczają się do zakresu doświadczalnego i pokazania istoty problemu. Tak też jest w przypadku prac [B4], [B5], [B6]. W pracach [B4] i [B5], co prawda zastosowano zliczanie Fishera (FS), jako szybką metodę numeryczną, jednak skuteczność tej metody w jej podstawowej formie, najczęściej występującej w literaturze jest ograniczona (Grodecki 2001, Harville 1977, Pardo-Igúzquiza 1997, Yu 1996) jest niewystarczająca. Problemy dotyczą liczby estymowanych parametrów, zbieżności oraz konieczności przybliżania wartości początkowych. Takie same problemy napotkano w pracach [B4] i [B5], co zainicjowało potrzebę pracy [B7].

Oprócz stosowania LLF/NLLF w badaniach geofizycznych i geodezyjnych stosuje się często metody wykorzystujące dodatkowe warunki (Ahn et al. 2012; Osborne 1992; Sari and Çelebi 2004) lub metody złożone (Harville 2004, Kusche 2003; Wang 2010). Smyth (2002) zaproponował regularyzację macierzy informacji (IM) w technice FS, która w wielu pracach nazywana jest optymalizacją Levenberga-Marquardta (LM). Podobna regularyzacja była stosowana w kilku pracach wykorzystujących technikę Newtona-Raphsona (NR) lub inne techniki estymacji numerycznej ML/REML typu Newtonowskiego. Trudno jednak znaleźć większą ilość przykładów optymalizacji FS, a szczególnie jego zastosowania w geofizyce. Było to motywacją do badania typu case study na przykładzie residuów anomalii grawimetrycznych Bouguera w pracy [B7]. Wyniki analiz FS zoptymalizowanego metodą LM (FSLM) w odniesieniu do nieoptymalizowanego FS są bardzo obiecujące, tzn. efektywność FS po zastosowaniu optymalizacji LM jest bardzo duża, a przebieg iteracji bardzo regularny. Dodatkowo FS wykazuje dobrą zbieżność nawet w przypadkach bardzo odległych od optimum parametrów inicjalnych. Daje to wniosek o dużej przydatności tej optymalizacji i zachęca do dalszych testów. Jednak już w tym momencie można powiedzieć, że manipulowanie parametrem optymalizacyjnym daje bardzo wysoką rozwiązywalność FS, nawet przy zafałszowanych parametrach wejściowych, a estymacja dwóch parametrów kowariancji ( $CL$  i  $\delta n$ ) dla 300 punktów anomalii grawimetrycznych trwa pojedyncze sekundy i co ważniejsze, w odróżnieniu od CV i dopasowania modelu analitycznego do ECF, jest w pełni automatyczna.

*Konkluzja C9: W analizie parametrów kowariancji metoda FS pokazuje lepszą zbieżność niż metoda NR. FSLM z odpowiednio dobranym parametrem optymalizacji zapewnia dwie ważne cechy, które zniechęciły wielu użytkowników FS: stuprocentową zbieżność iteracji oraz dowolność parametrów wejściowych. Ta druga właściwość szczególnie przyczynia się do automatyzacji FSLM, a co za tym idzie modelowania LSC i innych zastosowań metody najmniejszych kwadratów z automatycznym doborem macierzy wariancyjno-kowariancyjnych.*

## **C10. Literatura**

Ahn S, Korattikara A, Welling M (2012) Bayesian posterior sampling via stochastic gradient Fisher scoring. Proceedings of the 29th International Conference on Machine Learning, pp 1591-1598

Albertella, A., F. Miglaccio, M. Reguzzoni and F. Sansò (2004). Wiener filters and collocation in satellite gradiometry, In: F. Sansò (ed.), V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy (Matera, Italy), International Association of Geodesy Symposia, Springer, Berlin/Heidelberg, 127, 32-38

Andersen OB, Knudsen P (1998) Global marine gravity field from the ERS-1 and Geosat geodetic mission altimetry. J Geophys Res 103, C4: 8129-8137

Arabelos, D., and C.C. Tscherning (1998). The Use of Least Squares Collocation Method in Global Gravity Field Modeling, Phys. Chem. Earth, 23 (1), 1-12.

Arlot S. and Celisse A., 2010. A survey of cross-validation procedures for model selection. Stat. Surv., 4, 40-79, DOI: 10.1214/09-SS054.

Bouman, J. (1997). Quality Assessment of Geopotential Models by Means of Redundancy Decomposition?, DEOS Progress Letters, 97 (1), 49-54.

Darbeheshti, N., and W.E. Featherstone (2009). Nonstationary covariance function modelling in 2D least-squares collocation, J. Geodesy, 83, 495-508.

Darbeheshti N., Featherstone W.E. 2010. Tuning a gravimetric quasigeoid to GPSlevelling by non-stationary least-squares collocation. J. Geod., 84 (7): 419-431.

El-Fiky GS, Kato T, Fujii Y (1997) Distribution of vertical crustal movement rates in the Tohoku district, Japan, predicted by least-squares collocation. J Geod 71(7): 432-442.

Filmer, M.S., C. Hirt and W. Featherstone (2013). Error sources and data limitations for the prediction of surface gravity: a case study using benchmarks, Stud. Geophys. Geod., 57 (1), 47-66.

Flury J (2006) Short-wavelength spectral properties of the gravity field from a range of regional data sets. J Geod (2006) 79: 624-640.

Forsberg, R. (1987). A new covariance model for inertial gravimetry and gradiometry, *J. Geophys. Res.*, 92 (B2), 1305-1310

Grodecki J., 1999. Generalized maximum-likelihood estimation of variance components with inverted gamma prior. *J. Geodesy*, 73, 367-374.

Grodecki J., 2001. Generalized maximum-likelihood estimation of variance-covariance components with non-informative prior. *J. Geodesy*, 75, 157-163.

Halimi A, Mailhes C, Tourneret JY, Snoussi H (2015) Bayesian estimation of smooth altimetric parameters: Application to conventional and delay/Doppler altimetry. *IEEE Trans Geosci Remote Sens* 54(4): 2207 - 2219

Hansen TM, Mosegaard K, Schøtt CR (2010) Kriging interpolation in seismic attribute space applied to the South Arne Field, North Sea. *Geophysics* 75(6):31-41

Harville DA (1977) Maximum likelihood approaches to variance component estimation and to related problems. *J Am Stat Assoc* 72 (358):320-340

Harville DA (2004) Making REML computationally feasible for large data sets: Use of Gibbs sampler. *J Stat Comput Simul* 74: 135-153

Hildenbrand, T. G., Briesacher A., Flanagan G., Hinze W. J., Hittelman A. M., Keller G. R., Kucks R. P., Plouff D., Roest W., Seeley J., Smith D. A., & Webring, M. (2002). Rationale and Operational Plan to Upgrade the U.S. Gravity Database: U.S. Geological Survey Open-File Report 02-463, 12 p.

Iliffe J.C., Ziebart M., Cross P.A., Forsberg R., Strykowski G., Tscherning C.C. 2003. OGSM02: A new model for converting GPS-derived heights to local height datums in Great Britain and Ireland. *Surv. Rev.*, 37(290): 276-293.

Jarmołowski, W., and M. Bakuła (2014). Precise estimation of covariance parameters in least-squares collocation by restricted maximum likelihood, *Stud. Geophys. Geod.*, 58, 171-189.

Jarmołowski W (2016) Estimation of gravity noise variance and signal covariance parameters in least squares collocation with considering data resolution. *Annals of Geophysics* 59(1): S0104

KavzogluT, Saka MH(2005) Modeling local GPS/levelling geoid undulations using artificial neural networks. *J Geod* 78:520-527. doi:10.1007/s00190-004-0420-3

Kern M, Preimesberger T, Allesch M, Pail R, Bouman J, Koop R (2005) Outlier detection algorithms and their performance in GOCE gravity field processing. *J Geod* 78(9):509-519

Koch K.R., 1986. Maximum likelihood estimate of variance components. *Bull. Geod.*, 60, 329-338.



Koch K.R., 2007. Introduction to Bayesian Statistics. Second Edition. Springer-Verlag, Berlin, Germany.

Kohavi R., 1995. A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection. In: Melish C.S. (Ed.), IJCAI-95: Proceedings of the Fourteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence, 2. International Joint Conferences on Artificial Intelligence Organization, 1137-1143 (<http://ijcai.org/Past%20Proceedings/IJCAI-95-VOL2/PDF/016.pdf>).

Kusche J (2003) A Monte-Carlo technique for weight estimation in satellite geodesy. J Geod 76:641-652

Kusche, J., & Klees R. (2002). Regularization of gravity field estimation from satellite gravity gradients. J. Geod., 76, 359–368.

Łyszkowicz A. 2010a. Refined astrogravimetric geoid in Poland. Part I. Geomatics and Environmental Engineering, 4(1): 57–67.

Łyszkowicz A. 2010b. Refined astrogravimetric geoid in Poland. Part II. Geomatics and Environmental Engineering, 4(2): 63–73.

Marchenko A, Tartachynska Z, Yakimovich A, Zablotskyj F (2003) Gravity anomalies and geoid heights derived from ERS-1, ERS-2, and Topex/Poseidon altimetry in the Antarctic peninsula area. In: Proceedings of the 5th International Antarctic Geodesy Symposium AGS'03, Lviv, Ukraine, SCAR Report No. 23.

Moreaux G (2008) Compactly supported radial covariance functions. J Geod 82(431):443. doi:10.1007/s00190-007-0195-4

Moritz, H. (1976). Covariance Functions in Least Squares Collocation, Report 240, Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University.

Moritz, H. (1980). Advanced Physical Geodesy, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.

Osada, E., J. Kryński and M. Owczarek (2005). A robust method of quasigeoid modelling in Poland based on GPS/levelling data with support of gravity data, Geodesy and Cartography, 54 (3), 99-117.

Osborne MR (1992) Fisher's method of scoring. International Statistical Review 86:271–286

Pardo-Igúzquiza E (1997) MLREML: A computer program for the inference of spatial covariance parameters by maximum likelihood and restricted maximum likelihood. Comput Geosci 23 (2): 153-162

Rapp, R. H., 1973. Geoid information by wavelength, Bull. Geod., 110 (1): 405-411.

- Reuter B, Richter B, Schweizer J (2016) Snow instability patterns at the scale of a small basin. *J Geophys Res, Earth Surf* 121: 257–282, doi:10.1002/ 2015JF003700
- Rummel R, Schwarz KP, Gerstl M(1979) Least squares collocation and regularization. *Bull Geod* 53:343–361
- Sadiq, M., C.C. Tscherning and Z. Ahmad (2010). Regional gravity field model in Pakistan area from the combination of CHAMP, GRACE and ground data using least squares collocation: A case study, *Adv. Space Res.*, 46, 1466-1476.
- Saleh J, Li X, Wang Y, Roman DR, Smith DA (2013) Error analysis of the NGS' surface gravity database. *J Geod* 87:203–221
- Sanso F. (1986) Statistical methods in physical geodesy. In : Suenkel, H. : *Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy. Lecture Notes in Earth Sciences* 7: 49-155, Springer-Verlag
- Sansò, F., G. Venuti and C.C. Tscherning (1999). A theorem of insensitivity of the collocation solution to variations of the metric of the interpolation space, In: K.P. Schwarz (ed.), *Geodesy Beyond 2000. The Challenges of the First Decade*, International Association of Geodesy Symposia, 121, 233-240.
- Sari F, Çelebi ME (2004) A New Trust Region Fisher Scoring Optimization For Image and Blur Identification. 12th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), September 6-10, Vienna, Austria, pp 505-508
- Schwarz KP (1985) Data types and their spectral properties. In: Schwarz KP (ed) *Local gravity field approximation*, Proceedings of Beijing International Summer School 1984, University of Calgary
- Searle S.R., Casella G. and McCulloch C.E., 1992. *Variance Components*, Wiley, New York.
- Smith D.A., Milbert D.G. 1999. The GEOID96 high-resolution geoid height model for the United States. *J. Geod.*, 73(5): 219–236.
- Smyth GK (2002a) An efficient algorithm for REML in heteroscedastic regression. *Journal of Computational and Graphical Statistics* 11(4): 836-847
- Tscherning, C.C., and R.H. Rapp (1974) Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models, OSU Report No. 208, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University.
- Tscherning CC (1991) The use of optimal estimation for grosserror detection in databases of spatially correlated data. *Bulletin d'Information (Bur Gravim int)* 68:79–89

Tscherning, C.C. (2004). A Discussion on the Use of Spherical Approximation or no Approximation in Gravity Field Modelling with Emphasis on Unsolved Problems in Least-Squares Collocation, In: F. Sansò (ed.), V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy (Matera, Italy), International Association of Geodesy Symposia, Springer. Berlin/Heidelberg, 127, 184-188.

van Loon, J. (2008). Functional and stochastic modelling of satellite gravity data, PhD thesis, Delft University of Technology.

Vergos GS, IN Tziavos and VD Andritsanos (2005) Gravity database generation and geoid model estimation using heterogeneous data, In: C. Jekeli, L. Bastos and J. Fernandes (eds.), Proceedings of International Association of Geodesy Symposia "Gravity Geoid and Space Missions", 129, 155-160.

Vergos GS, Natsiopoulou DA and Tziavos IN (2013) Sea level anomaly and dynamic ocean topography analytical covariance functions in the Mediterranean Sea from ENVISAT data. Proceedings of the European Space Agency "20 Years of progress in radar altimetry", ESA Publications SP-710.

Wang Y (2010) Fisher scoring: An interpolation family and its Monte Carlo implementations. Computational Stat Data Anal 54:1744–1755

Ye M, Neuman SP, Meyer PD (2004) Maximum likelihood Bayesian averaging of spatial variability models in unsaturated fractured tuff. Water Resour Res 40: W05113, doi:10.1029/2003WR002557

Yu ZC (1996) A universal formula of maximum likelihood estimation of variance-covariance components. J Geod 70:233–240

## 5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych.

### a) Pozostałe publikacje wraz z krótkim komentarzem.

Jarmołowski W., Bakuła M., Oszczak S., Bornus R., (2007) Wykorzystanie wybranych modeli quasigeoidy w niwelacji GPS, Zeszyty Naukowe WSOSP w Dęblinie 1/2007:22-30

*Walidacja różnych modeli quasigeoidy wykorzystywanych w Polsce z wykorzystaniem GNSS/leveling pozyskanym przy pomiarze osnowy realizacyjnej obwodnicy miasta. Osnowa nawiązana była do sieci niwelacyjnej II klasy. Badanie wykazuje błędy systematyczne modeli.*

Bakuła M., Oszczak S., Baryła R., Popielarczyk D., Jarmołowski W., Tyszko A., Oszczak B., Sitnik E., Gregorczyk R., Wielgosz P., Rapiński J., Jesiotr G., (2007) Determination of Coordinates of Control Points in the Wieruszów District Area, Geomatics and Environmental Engineering, 1/1: 43-52

*Praca zbiorowa podsumowująca kampanię pomiarów osnowy szczegółowej metodą statyczną GPS w gminie Wieruszów.*

Bakuła M., Oszczak S., Bornus R., Jarmołowski W., Pelc-Mieczkowska R., Gregorczyk R. (2008) Zastosowanie technologii GPS do wyznaczenia współrzędnych osnowy realizacyjnej obwodnicy miasta Wyszkowa., ACTA SCIENTIARIUM POLONORUM, Geodesia et Descriptio Terrarum, 7/4: 27-36

*Praca podsumowująca pomiary GPS osnowy realizacyjnej do obsługi geodezyjnej obwodnicy miasta Wyszkowa. Dane wykorzystano w pracy Jarmołowski i in. 2007.*

Ciecko A., Oszczak S., Jarmołowski W., (2008) Official Voluntary Certification of GNSS Instruments and Observers for IACS On-the-Spot Checks, Proceedings Of The 2008 National Technical Meeting Of The Institute Of Navigation - NTM 2008: 614-619

*Praca konferencyjna prezentująca wczesne wyniki testów walidacji odbiorników GNSS dedykowanych do pomiarów kontrolnych działek rolniczych. Prezentowane są opracowywane testy statystyczne przygotowywane do zbudowania oficjalnej procedury walidacji odbiorników GNSS do potrzeb kontroli w Unii Europejskiej. Procedura była na etapie tworzenia i pokazano wyniki pośrednie. Jej końcową formę konsultowano później z pracownikami Wspólnotowego Centrum Badawczego (JRC).*

Baryła R., Oszczak S., Wielgosz P., Bakuła M., Cellmer S., Popielarczyk D., Jarmołowski W., Tyszko A., Oszczak B., Gregorczyk R., Rapiński J., Zapert M., (2009) Results of the first GPS measurement campaign for the determination of absolute vertical and horizontal deformations in the Main and Old City of Gdańsk, Reports on Geodesy, 1/82, 25-32

*Praca zbiorowa przedstawiająca kampanię długich sesji GNSS (12 h.), powtarzanych corocznie w celu badania deformacji i przemieszczeń na obszarze Gdańskiej starówki. Pomiary powtórne realizowane były przez szereg lat na specjalnie zastabilizowanych punktach, z wykorzystaniem opatentowanego wyposażenia.*

Ciećko A., Jarmołowski W., (2012) Integrated GNSS/INS Positioning Combined with SRTM Digital Elevation Model for Safe Approach, Proceedings Of The 25th International Technical Meeting Of The Satellite Division Of The Institute Of Navigation: 783-789

*Propozycja integracji globalnego modelu topograficznego SRTM3" z nawigacją GNSS i wspomagania modelu topograficznego naziemnymi pomiarami pionowymi w obszarze lotniska. Opracowano prototyp programu do nawigacji GNSS na bazie modeli topograficznych i bazy przeszkód terenowych. Program dostarczał różnych opcji opartych na geometrii, m. in. Pozycji w stosunku do terenu, przeszkód, ścieżki zniżania i. in.*

Ciećko A., Jarmołowski W., (2013) Development of an Integrated Digital Elevation Model for Safe Takeoff and Landing of the Aircraft., Artificial Satellites. Journal of Planetary Geodesy., 48/4, 147-158

*Praca opisująca trochę szczegółów wykorzystania modeli topograficznych oraz tworzenia prototypowego programu do nawigacji GNSS, a także wyników działania i obliczeń statystycznych związanych z eksploatacją programu. Jest to rozwinięcie pracy (Ciećko, Jarmołowski 2012) o informacje szczegółowe i wyniki.*

Ciećko A., Tanajewski D., Grunwald G., Jarmołowski W., (2014) Numeryczny model terenu jako źródło informacji o lotnisku i jego otoczeniu, na przykładzie lotniska Olsztyn-Dajtki., Logistyka, 6/2014: 2782-2790

*Praca aplikująca numeryczny model SRTM3" dla potrzeb lokalnego lotniska aeroklubu.*

Jarmołowski W., Łukasiak J. (2016) A study on along-track and cross-track noise of altimetry data by maximum likelihood: Mars Orbiter Laser Altimetry (MOLA) example., Artificial Satellites (Journal of Planetary Geodesy), 50/4: 143-155

*Praca oparta na pomiarach altymetrycznych topografii Marsa. Studium problemu różnej rozdzielczości poprzecznej w stosunku do podłużnej w danych satelitarnych. Problem pojawia się w przypadku obserwacji prowadzonych wzdłuż śladu orbity satelity, trajektorii samolotu lub innych danych pozyskiwanych z obserwacji wzdłuż profili. Wielu naukowców próbuje rozwiązać ten problem wykorzystując zjawisko anizotropii funkcji modelującej. W tej pracy zbadano szum a priori danych wzdłuż orbity i w kierunku poprzecznym z wykorzystaniem metody największej wiarygodności. Spostrzeżenia dotyczą znacznie mniejszego poziomu szumu w kierunku lotu, w którym rozdzielczość pozyskiwania obserwacji jest znacznie większa niż w poprzecznym.*

Krypiak-Gregorczyk A, Wielgosz P, Jarmołowski W. (2017) A new TEC interpolation method based on the least squares collocation for high accuracy regional ionospheric maps, Measurement Science and Technology, 28 (4 ):045801 [lista A: IF=1.492]

*Praca implementująca metodę kolokacji najmniejszych kwadratów w modelowaniu przestrzenno-czasowym całkowitej zawartości elektronów w jonosferze (TEC). Modelowanie oparte jest na punktowych obserwacjach jonosfery opracowanych na podstawie*

*różnicowych, fazowych obserwacji GNSS. Studium pokazuje dokładną parametryzację macierzy kowariancyjnych sygnału i szumu przy pomocy krosvalidacji typu leave-one-out (LOO). Pokazane zostały estymaty parametrów kowariancji w czasie kilku dni obserwacji, włącznie z dniem burzy jonosferycznej, wraz z ich wpływem na szacowaną dokładność modeli oraz lepsze rezultaty w pozycjonowaniu GNSS.*

#### **b) Udział w projektach badawczych.**

**Brałem udział w dwóch projektach międzynarodowych** w ramach 6go programu ramowego UE. Jestem współautorem kilku raportów w ramach tych projektów.

Introduction and Promotion of GNSS in Agriculture, 2006-2009. Projekt badawczy w ramach 6 Programu Ramowego Komisji Europejskiej, administrowany przez European GNSS Supervisory Authority, Nr GJU/06/2412/CTR/FIELDFACT.

Education, Research and Innovation in GNSS, 2006-2009. Projekt badawczy w ramach 6 Programu Ramowego Komisji Europejskiej, administrowany przez European GNSS Supervisory Authority, Nr GJU/06/8070-CTR/ERIG.

Byłem współautorem projektu walidacji odbiorników GNSS do celów kontroli obszarowych i akredytacji UWM przez Wspólnotowe Centrum Badawcze (JRC) w Isprze, jako laboratorium testujące: JRC "Area measurement tool validation method", Udział w pracach badawczych nad walidacją i certyfikacją odbiorników GNSS, pozwolił na uzyskanie Uniwersytetowi Warmińsko-Mazurskiemu w Olsztynie oficjalnej akredytacji jako laboratorium walidujące urządzenia GNSS, wydanej przez JRC w dniu 23.02.2011. Mój udział polegał na dokładnej, ostatecznej konsultacji procedury walidacyjnej opartej na standardach ISO z pracownikami JRC oraz napisaniu programu do obliczeń. Informacje dostępne są na: [https://marswiki.jrc.ec.europa.eu/wikicap/index.php/GNSS\\_valid](https://marswiki.jrc.ec.europa.eu/wikicap/index.php/GNSS_valid)

#### **Brałem udział w Polskich projektach:**

Edukacja, Badania i Innowacje w dziedzinie GNSS (Globalnego Systemu Nawigacji Satelitarnej), 2006-2009. Projekt badawczy MNiSW, Nr 175/6. PR UE/2007/7 (SPUB).

Wdrażanie i promowanie GNSS (Globalnego Systemu Nawigacji Satelitarnej) w rolnictwie, 2007-2009. Projekt badawczy MNiSW, Nr 121/6. PR UE/2007/7 (SPUB).

Opracowanie Zintegrowanych Metod Satelitarnych do tworzenia map batymetrycznych oraz baz danych przestrzennych Wielkich Jezior Mazurskich, 2007-2010. Projekt badawczo-rozwojowy Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego, Nr R09 015 03.

Opracowanie systemu wiarygodnego pozycjonowania GNSS/RTK w utrudnionych warunkach obserwacyjnych, N N526 197438, 2010-2012. Projekt badawczy MNiSzW..

Nowe metody precyzyjnego modelowania jonosfery oparte na opracowaniu absolutnych obserwacji fazowych sygnałów GNSS oraz pomiarów okultacyjnych. Instytucja finansująca: Narodowe Centrum Nauki. Umowa: 20.07.2014 r.- 20.07.2017 r.

### c) Ekspertyzy i projekty badawczo-rozwojowe

**Brałem udział w ekspertyzach walidacji odbiorników GNSS** do celów kontroli obszarowych, zleconych przez JRC w Isprze, ARiMR oraz podmioty prywatne:

„Badanie przydatności i dokładności odbiorników: Palm Garmin iQue 3600 z programem PDE AGRO-MAP oraz Agrocom Computer Terminal – ACT 2-60 z programem AGRO-LINE / AGRO-SOIL w warunkach terenowych dla potrzeb kontroli płatności obszarowych w systemie IACS”, projekt zlecony przez firmę Agrocom Polska, czerwiec 2005

„Badanie przydatności i dokładności oraz walidacja odbiorników: GPS HI-204S z komputerem przenośnym SYMBOL MC 3000, Garmin GPS 60 oraz Garmin GPSMAP 76S z anteną zewnętrzną; w warunkach terenowych dla potrzeb kontroli płatności obszarowych w systemie IACS”, projekt zlecony przez firmę Techmex S.A., luty 2006

“Voluntary test of ASUS P526 with external antenna (Haicom) and Surveyomat software for area measurement purposes”, projekt zlecony przez firmę NavCert GmbH, listopad 2007

„Określenie wiarygodności pomiarów dokonywanych odbiornikami GPS typu: Leica GS20, Trimble GeoExplorer – Geo XT oraz Topcon GMS-2 na potrzeby kontroli płatności powierzchniowych”, projekt zlecony przez Agencję Restrukturyzacji i Modernizacji Rolnictwa, grudzień 2008

“Testing of Trimble GeoXT and Trimble GeoXH receivers for area measurement purposes”, projekt zlecony przez Joint Research Centre (JRC), Unii Europejskiej, maj 2009

„Ekspertyza dotycząca wyznaczenia wartości wskaźnika W, zgodnie z wymaganiami Komisji Europejskiej, dla przekazanych przez Zamawiającego urzędów wykorzystujących techniki Globalnego Systemu Nawigacji Satelitarnej (GSNS)”, ekspertyza zlecona przez Agencję Restrukturyzacji i Modernizacji Rolnictwa, kwiecień – maj 2010

„Testy oraz walidacja odbiornika Magellan Mobile Mapper 6 na potrzeby kontroli obszarowych w systemie IACS, wykonane zgodnie z obowiązującymi przepisami i wytycznymi Komisji Europejskiej”, projekt zlecony przez Okręgowe Przedsiębiorstwo Geodezyjno-Kartograficzne (OPGK) w Gdańsku, marzec 2010

„Ekspertyza dotycząca wyznaczenia wartości wskaźnika W, zgodnie z wymaganiami Komisji Europejskiej (protokół walidacyjny Wspólnego Instytutu Badawczego w Isprze) dla przekazanych przez Zamawiającego urzędów wykorzystujących techniki Globalnego Systemu Nawigacji Satelitarnej (GNSS)”, ekspertyza zlecona przez Agencję Restrukturyzacji i Modernizacji Rolnictwa, lipiec 2012

„Ekspertyza dotycząca wyznaczenia wartości bufora tolerancji pomiarów powierzchni zgodnie z wymaganiami Komisji Europejskiej dla przekazanych przez Zamawiającego

ortofotomap”, ekspertyza zlecona przez Agencję Restrukturyzacji i Modernizacji Rolnictwa, lipiec 2015

„Ekspertyza dotycząca wyznaczenia wartości bufora tolerancji pomiarów powierzchni zgodnie z wymaganiami Komisji Europejskiej dla przekazanego przez Zamawiającego odbiornika Trimble GeoXM z aplikacją pomiarową CgeoZasiewy”, ekspertyza zlecona przez Agencję Restrukturyzacji i Modernizacji Rolnictwa, lipiec 2015

„Ekspertyza dotycząca wyznaczenia wartości bufora tolerancji pomiarów powierzchni zgodnie z wymaganiami Komisji Europejskiej dla przekazanego przez Zamawiającego odbiornika Spectra Precision MobileMapper 300 z aplikacją pomiarową QGIS i kontrolerem Getac V110”, ekspertyza zlecona przez Agencję Restrukturyzacji i Modernizacji Rolnictwa, czerwiec 2016

**Brałem również udział w innych projektach** zespołowych (zleconych przez Instytucje Naukowe, Administracyjne i inne podmioty):

Wyznaczenie współrzędnych osnowy szczegółowej GPS III powiatu wieruszowskiego, czerwiec-lipiec 2006.

Udział w projekcie Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii: Kampania kalibracyjna systemu ASG-EUPOS. Wykonanie obserwacji GNSS na punktach EUREF-POL, POLREF, EUVN w północno-zachodniej Polsce, maj 2008

Wykonanie testów infrastruktury i usług systemu precyzyjnego pozycjonowania satelitarnego ASG-EUPOS, Część nr 2 zamówienia: Wykonanie testów usług systemu ASG-EUPOS, projekt zlecony przez Główny Urząd Geodezji i Kartografii, czerwiec 2008

Udział w projekcie zleconym przez Urząd Miasta w Gdańsku: Wykonanie precyzyjnych pomiarów GPS oraz geometrycznej niwelacji precyzyjnej w celu dokładnego wyznaczenia bezwzględnych odkształceń pionowych i poziomych na obszarze Głównego i Starego Miasta Gdańska oraz wyznaczenia odstępów geoidy niwelacyjnej od elipsoidy GRS'80, 3-8.11.2008.

Udział w projekcie zleconym przez Kopalnię Węgla Brunatnego Adamów: Badanie wpływu robót górniczych na powierzchnię terenu górniczego Koźmin I na podstawie obserwacji przemieszczeń punktów kontrolowanych. Wykonanie pomiarów GNSS, 23-29.09.2009.

Udział w projekcie Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii: Integracja podstawowej osnowy geodezyjnej na obszarze Polski ze stacjami referencyjnymi systemu ASG-EUPOS - I etap. Zaprojektowanie punktów ekscentrycznych stacji ASG-EUPOS, grudzień 2009.

Udział w projekcie Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii: Integracja podstawowej osnowy geodezyjnej na obszarze Polski ze stacjami referencyjnymi systemu ASG-EUPOS - II etap, 2009

Wykonanie pomiarów GNSS na punktach podstawowej osnowy geodezyjnej. Realizacja projektu na terenie woj. warmińsko-mazurskiego, październik 2010.



Udział w projekcie MNiSW pt. Modelowanie dynamicznej powierzchni referencyjnej sondażu hydroakustycznego akwenów budowli hydrotechnicznych z wykorzystaniem satelitarnych technik GNSS, Włocławek, październik 2010.

Udział w projekcie MNiSW pt. Modelowanie dynamicznej powierzchni referencyjnej sondażu hydroakustycznego akwenów budowli hydrotechnicznych z wykorzystaniem satelitarnych technik GNSS, Włocławek, wrzesień 2011.

Udział w projekcie pt. „Implementacja innowacyjnych technik satelitarnych GNSS na lotnisku Olsztyn-Dajtki”, Olsztyn, 2014-2015.

Wojciech Janowski